

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»**

«УТВЕРЖДАЮ»
проректор по учебной работе
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Мизякина О.Б.

ПРОГРАММА
вступительного испытания
«ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ»
для поступающих на программы бакалавриата и специалитета
на базе профессионального образования

Раздел 1. Основные понятия

Базовые знания и умения по математике в профессиональной и в повседневной деятельности.

Действия над положительными и отрицательными числами, обыкновенными и десятичными дробями. Действия со степенями, формулы сокращенного умножения.

Виды плоских фигур и их площадь. Практико-ориентированные задачи в курсе геометрии на плоскости.

Простые проценты, разные способы их вычисления. Сложные проценты.

Линейные, квадратные, дробно-линейные уравнения и неравенства. Способы решения систем линейных уравнений. Системы нелинейных уравнений. Системы неравенств.

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве

Предмет стереометрии. Основные понятия (точка, прямая, плоскость, пространство). Основные аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признак и свойство скрещивающихся прямых. Основные пространственные фигуры.

Параллельные прямая и плоскость. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). Параллельные плоскости. Определение. Признак. Свойства (с доказательством). Тетраэдр и его элементы. Параллелепипед и его элементы. Свойства противоположных граней и диагоналей параллелепипеда. Построение сечений.

Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Доказательство. Перпендикуляр и наклонная. Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности плоскостей. Доказательство.

Расстояния в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах. Доказательство. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.

Аксиомы стереометрии. Перпендикулярность прямой и плоскости, параллельность двух прямых, перпендикулярных плоскости, перпендикулярность плоскостей. Расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Раздел 3. Координаты и векторы

Декартовы координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах. Расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка.

Векторы в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Компланарные векторы. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Координаты вектора, скалярное произведение векторов в координатах, угол между векторами, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Уравнение плоскости.

Координатная плоскость. Вычисление расстояний и площадей на плоскости. Количественные расчеты.

Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Радиянная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса по четвертям. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла.

Тригонометрические тождества. Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$. Формулы приведения. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Область определения и множество значений функций. Чётность, нечётность, периодичность функций. Способы задания функций.

Область определения и множество значений тригонометрических функций. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций. Свойства и графики функций $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.

Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций. Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах. Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики.

Уравнение $\cos x = a$. Уравнение $\sin x = a$. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$. Решение тригонометрических уравнений основных типов: простейшие тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным, решаемые разложением на множители, однородные.

Простейшие тригонометрические неравенства. Системы простейших тригонометрических уравнений.

Раздел 5. Комплексные числа

Понятие комплексного числа. Сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа. Форма записи комплексного числа (геометрическая, тригонометрическая, алгебраическая). Арифметические действия с комплексными числами. Выполнение расчетов с помощью комплексных чисел. Примеры использования комплексных чисел.

Раздел 6. Производная функции, ее применение

Определение числовой последовательности и способы ее задания. Свойства числовых последовательностей. Определение предела последовательности. Вычисление пределов последовательностей. Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке. Приращение аргумента. Приращение функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Алгоритм отыскания производной.

Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования.

Определение сложной функции. Производная тригонометрических функций. Производная сложной функции.

Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывной функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке. Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции в точке. Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$. Физический (механический) смысл производной – мгновенная скорость в момент времени t : $v = S'(t)$.

Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной. Понятие производной высшего порядка, соответствие знака второй производной выпуклости (вогнутости) функции на отрезке. Задачи на максимум и минимум. Понятие асимптоты, способы их определения. Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной. Дробно-линейная функция. Исследование функции на монотонность и построение графиков. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа. Наименьшее и наибольшее значение функции.

Раздел 7. Многогранники и тела вращения

Понятие многогранника. Его элементы: вершины, ребра, грани. Диагональ. Сечение. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Понятие призмы. Ее основания и боковые грани. Высота призмы. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Ее сечение. Параллелепипед, свойства прямоугольного параллелепипеда, куб. Сечение куба, параллелепипеда. Пирамида и ее элементы. Сечение пирамиды. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Площадь боковой и полной поверхности призмы, пирамиды. Симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде. Симметрия в природе, архитектуре, технике, в быту. Понятие правильного многогранника. Свойства правильных многогранников.

Цилиндр и его элементы. Сечение цилиндра (параллельное основанию и оси). Развертка цилиндра. Конус и его элементы. Сечение конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), конические сечения. Развертка конуса. Усеченный конус. Его образующая и высота. Сечение усеченного конуса.

Шар и сфера. Взаимное расположение сферы и плоскости. Сечение шара, сферы. Понятие об объеме тела. Объем куба и прямоугольного параллелепипеда. Объем призмы и цилиндра. Отношение объемов подобных тел. Объемы пирамиды и конуса. Объем шара. Площади поверхностей тел.

Комбинации геометрических тел. Использование комбинаций многогранников и тел вращения в практико-ориентированных задачах.

Раздел 8. Первообразная функции, ее применение

Задача о восстановлении закона движения по известной скорости. Понятие интегрирования. Ознакомление с понятием интеграла и первообразной для функции $y=f(x)$. Решение задач на связь первообразной и ее производной, вычисление первообразной для данной функции. Таблица формул для нахождения первообразных. Изучение правила вычисления первообразной.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла – о вычислении площади криволинейной трапеции, о перемещении точки. Понятие определённого интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона— Лейбница.

Понятие неопределенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница. Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей.

Раздел 9. Степени и корни. Степенная функция

Понятие корня n -ой степени из действительного числа. Функции $y=\sqrt[n]{x}$ их свойства и графики. Свойства корня n -ой степени. Преобразование иррациональных выражений. Понятие степени с любым рациональным показателем. Степенные функции, их свойства и графики.

Равносильность иррациональных уравнений и неравенств. Методы их решения. Решение иррациональных уравнений и неравенств. Определение степенной функции. Использование ее свойств при решении уравнений и неравенств.

Раздел 10. Показательная функция

Степень с произвольным действительным показателем. Определение показательной функции, ее свойства и график. Знакомство с применением показательной функции.

Решение показательных уравнений функционально-графическим методом. Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей, методом введения новой переменной, функционально-графическим методом. Решение показательных неравенств. Решение систем показательных уравнений.

Раздел 11. Логарифмы. Логарифмическая функция

Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e . Свойства логарифмов. Операция логарифмирования. Логарифмическая функция и ее свойства.

Понятие логарифмического уравнения. Операция потенцирования. Три основных метода решения логарифмических уравнений: функционально-графический, метод потенцирования, метод введения новой переменной. Логарифмические неравенства. Алгоритм решения системы уравнений. Равносильность логарифмических уравнений и неравенств.

Применение логарифма. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства.

Раздел 12. Множества. Элементы теории графов

Понятие множества. Подмножество. Операции с множествами. Операции с множествами. Решение прикладных задач. Понятие графа. Связный граф, дерево, цикл графа на плоскости. Операции с множествами. Описание реальных ситуаций с помощью множеств. Применение графов к решению задач.

Раздел 13. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Перестановки, размещения, сочетания. Совместные и несовместные события. Теоремы о вероятности суммы событий. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теоремы о вероятности произведения событий. Относительная частота события, свойство ее устойчивости. Статистическое определение вероятности. Оценка вероятности события

Виды случайных величин. Определение дискретной случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Ее числовые характеристики.

Вариационный ряд. Полигон частот и гистограмма. Статистические характеристики ряда наблюдаемых данных. Первичная обработка статистических данных. Графическое их представление. Нахождение средних характеристик, наблюдаемых данных.

Раздел 14. Уравнения и неравенства

Равносильность уравнений и неравенств. Определения. Основные теоремы равносильных переходов в уравнениях и неравенствах. Общие методы решения уравнений: переход от равенства функций к равенству аргументов для монотонных функций, метод разложения на множители, метод введения новой переменной, функционально-графический метод.

Общие методы решения неравенств: переход от сравнения значений функций к сравнению значений аргументов для монотонных функций, метод интервалов, функционально-графический метод. Графический метод решения уравнений и неравенств.

Определение модуля. Раскрытие модуля по определению. Простейшие уравнения и неравенства с модулем. Применение равносильных переходов в определенных типах уравнений и неравенств с модулем.

Знакомство с параметром. Простейшие уравнения и неравенства с параметром.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бардушкин, В.В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 томах/ В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2021. 304 с. Среднее профессиональное образование. URL: <https://znanium.com/catalog/product/1235904>
2. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями : учебник для среднего профессионального образования. Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 755 с. — (Профессиональное образование). URL: <https://urait.ru/bcode/568499>
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: базовый и углублённый уровни: учебник/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва [и др.]. Москва: Просвещение, 2023. // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROОбразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/132452>
4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия: 10-11 классы: базовый и углублённый уровни: учебник/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. Москва: Просвещение, 2023. — 288 с. // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROОбразование: [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/132455>
5. Шипачев, В.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник и практикум для среднего профессионального образования/ В.С. Шипачев. Москва: Юрайт, 2022. 212 с. (Профессиональное образование). URL: <https://urait.ru/bcode/492012>

ПРИМЕР ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

1. Вычислить значение выражения:

$$3!+4!$$

1) 7

2) 12

3) 24

4) 30

2. Сколькими способами можно рассадить 7 человек по 7 местам ?

1) 7

2) 49

3) 490

4) 5040

3. Чему равна радианная мера дуги 240° ?

1) $\pi/3$

2) $2\pi/3$

3) $4\pi/3$

4) $5\pi/3$

4. Чему равно значение выражения:

$$\sin 70^\circ \cos 40^\circ - \cos 70^\circ \sin 40^\circ$$

1) $1/2$

2) $1/3$

3) $\pi/3$

4) $\pi/4$

5. Производная функции $y=5x^4$ равна:

1) $5x^3$

2) $20x^3$

3) $5x$

4) $5x^2$