

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ГАГАРИНА Ю.А.
(СГТУ имени Гагарина Ю.А.)

УДК 517.958: 539.3

Рег. № НИОКТР АААА0А19-119102390016-9

Рег. № ИКРБС

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке и инновациям

СГТУ имени Гагарина Ю.А.,

д.х.н., профессор

И.Г. Остроумов

« ____ » _____ 20 ____ г.

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ПО ТЕМЕ:

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

ИНДУСТРИАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

(заключительный)

Руководитель направления
руководитель НИР,
зав. каф. МиМ., д.т.н.,
проф.

_____ В.А. Крысько

Саратов 2021

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель НИР,
д.т.н., зав.каф. «МиМ» _____ В.А. Крысько (введение, заключение)

Исполнители:

к.ф.-м.н., доц. _____ А. Б. Перегудов, (Раздел 1)

д.ф.-м.н., проф. _____ М. В. Жигалов, (Раздел 1)

к.ф.-м.н., доц _____ А. А. Сопенко (Раздел 2)

к.т.н., доц . _____ Т. Ю. Ярошенко (Раздел 3)

к.ф.-м.н., доц _____ И.В. Папкина (Раздел 4)

к.ф.-м.н., доц _____ Т.В. Молоденкова (Раздел 5)

к.ф.-м.н., доц _____ Т.В. Яковлева (Раздел 6)

к.ф.-м.н., доц. _____ А.В. Кириченко (Раздел 7)

д.ф.-м.н., проф . _____ Д. А. Бредихин (Раздел 8)

д.ф.-м.н., проф. _____ О. М. Паршков (Раздел 9)

к.т.н., доц. _____ Т.В. Бабенкова (Раздел 10)

д.ф.-м.н., проф. _____ А.В. Крысько (Раздел 11)

к.ф.-м.н., доц. _____ С.А. Мицкевич (Раздел 11)

к.ф.-м.н., доц. _____ О.А. Салтыкова (Раздел 12)

к.ф.-м.н., доц. _____ О.А. Афонин (Раздел 12)

Нормоконтроль _____ А.В. Портянкин

РЕФЕРАТ

Отчет 43 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ, СТАТИКА, ДИНАМИКА, КОЛЕБАНИЯ, КЛИОДИНАМИКА, БИФУРКАЦИЯ, ХАОС, АЛГЕБРА БИНАРНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Объектом исследования являются математические модели нелинейных динамических механических систем и конструкций при действии внешней нагрузки.

Целью проведения НИР является построение гипотез, вывод основных соотношений и таким образом получение математических моделей и их математическое обоснование, создание новых и модификация известных математических методов исследования.

Проект посвящен актуальной проблеме построения математических моделей, численных методов индустриальной математики. В ходе реализации проекта получены следующие результаты: построены теории нелинейной хаотической динамики для механических конструкций из гетерогенных материалов на микронном и субмикронном уровне. Построены и исследованы размернозависимые модели гетерогенных микро- и нано- балок, пластин и оболочек на основе гипотез Бернулли-Кирхгофа, С.П. Тимошенко и Пелеха-Шереметьева. С использованием построенных моделей, проведены исследования нелинейных размернозависимых вынужденных колебаний, с учетом воздействия различных полей. Проведено математическое моделирование замкнутых цилиндрических оболочек подкрепленных набором локальных балок, находящихся в шумовом поле, с учетом трансзвукового потока газа. Построены модели гибких пологих физически нелинейных оболочек при учёте связанности полей деформаций и температуры при учёте сжимающих усилий. Исследовано влияния температурных условий и источников тепла на распределение температуры и сложные колебания гибких пластинок с неодинаковыми вдоль контура краевыми условиями. Проведено исследование пологих оболочек прямоугольного плана различным образом закрепленных по контуру. Проведены исследования эволюции адиабатонов электромагнитно индуцированной прозрачности при несовпадающих направлениях поляризаций линейно поляризованных волн. Построены алгоритмы и программы проверки тождеств алгебр бинарных отношений с операциями умножения и унарными диофантовыми операциями. Проведено исследование нелинейной динамики и контактного взаимодействия

двухслойных замкнутых цилиндрических оболочек заполненных между слоями жидкостью, подкреплённых набором балок с внешней стороны и соединённых между собой через краевые условия. Доказаны теоремы для спектральной теории интегральных и интегро-дифференциальных уравнений с операторной мерой. Построена теория нелинейной динамики микромеханических систем (микромеханических гироскопов и акселерометров), индуцированных белым шумом с учетом контактного взаимодействия слоев, ударных нагрузок и тепловых перепадов, а также с учетом начальной неправильности. Проведено исследование временных характеристик ряда государств методами нелинейной динамики.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1 Математическое и компьютерное моделирование наномеханических систем с топологически оптимальной микроструктурой	7
2 Сложные колебания гибких пологих физически нелинейных оболочек в температурном поле с учетом связанности полей.....	10
3 Клиодинамический анализ стран Западной Европы и Азии методами нелинейной динамики	14
4. Нелинейная динамика нано цилиндрических панелей сетчатой структуры.....	19
5 Нелинейная динамика изотропных нано пластинок с учетом изменения граничных условий вдоль контура	23
6 Исследовать колебания многослойной пластинчато-балочной структуры с учетом наноразмерности	26
7 Клиодинамический анализ методами эконометрики и системного анализа.....	29
8 Изучение аксиоматических характеристик классов алгебры отношений с диофантовыми операциями. Нахождение базисов тождеств многообразий и квазимногообразий, порожденных классами алгебры отношений с диофантовыми операциями.....	32
9 Эффекты адиабатического следования электромагнитно индуцированной прозрачности на квантовых переходах между вырожденными энергетическими уровнями	34
10 Разработка идей и численной реализации безсеточного метода анализа уравнений в частных производных.....	36
11 Исследование нелинейных колебаний в элементах нано-электромеханических систем (НЭМС).....	37
12 Исследование нелинейной динамика чувствительных элементов нано- и микро-электромеханических систем, в виде балок, пластин и оболочек с учетом различного типа нелинейностей в условиях тепловых, вибрационных и шумовых воздействий применяемых в приборостроении.....	40
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	43

ВВЕДЕНИЕ

Исследования проводились по ряду разделов современной индустриальной математики, позволяющие перейти на новый качественный уровень развития отечественной промышленности.

В настоящее время большое внимание уделяется таким элементам конструкций как нанобалки, нанопластинки и нанооболочки. Они могут использоваться как элементы датчиков и различных опто- микро и наноэлектронных устройств. Основные ограничения на дальнейшее уменьшение размеров отдельных элементов в наноприборах обусловлено, во-первых, конечной температурой объектов, хаотическим тепловым движением атомов и электронов, нагревом и условиями теплоотвода вследствие протекания тока. Во-вторых, электродинамическими факторами. Поэтому необходимо построение новых математических моделей и развитие методов исследования физико-механических свойств и конструктивных возможностей, методов расчета и проектирования наноприборов.

Космические аппараты, элементы средств доставки, различные составляющие транспортных средств моделируются в виде балок пластин и оболочек, находящихся в шумовом поле, с учетом воздействия полей различной природы. Для учета вышеперечисленных факторов необходимы математические модели, позволяющие получить результаты, адекватно описывающие реальные процессы и объекты.

В результате выполнения проекта построены математические модели, доказаны теоремы существования и единственности решения, созданы новые и модифицированы известные методы расчета. Впервые в мировой практике рассмотрены задачи нелинейной хаотической динамики для механических конструкций из гетерогенных материалов на микронном и субмикронном уровне, замкнутых цилиндрических оболочек подкрепленных набором локальных балок, находящихся в шумовом поле, с учетом трансзвукового потока газа, нелинейной динамики микромеханических систем (микромеханических гироскопов и акселерометров), индуцированных белым шумом с учетом контактного взаимодействия слоев, ударных нагрузок и тепловых перепадов, а также с учетом начальной неправильности.

Актуальность и значимость проведенных исследований подтверждается выигрывшем 3 грантов РНФ, 6 грантов РФФИ грантов Президента РФ участниками данного проекта. Авторами проекта были изданы книги в издательстве Springer, по нано механике распределенных структур и проблемам неклассических моделей термоупругих оболочек.

1 Математическое и компьютерное моделирование наномеханических систем с топологически оптимальной микроструктурой

Построена математическая модель и методика создания топологически оптимальной микроструктуры композитных нано балок и пластин различной конфигурации для заданных граничных условий, тепловых и механических нагрузок. Эта методика рассмотрена на примере оптимизации микроструктуры припоя и заключается в поиске наилучшего распределения заданного количества припоя по области адгезива. Она может применяться для решения широкого класса задач топологической оптимизации при получении оптимальной микроструктуры и градиентных свойств спаянных микробалок с целью снижения пиковых значений напряжений в слое припоя. Для расчетов был использован МКЭ с линейными треугольными конечными элементами и неравномерной сеткой со сгущением в окрестности неоднородностей соединения. Для аппроксимации свойств материала были использованы схемы SIMP и RAMP. Алгоритм оптимизации реализован на базе метода подвижных асимптот. Проектная переменная управления в задаче оптимизации микроструктуры припоя определяется искусственно введенной плотностью, связанной с модулем Юнга и с объемной плотностью материала каждого элемента по схеме RAMP. Так как в задаче важно четкое определение границ оптимальной микроструктуры для проекции поля проектных переменных был применен фильтр Хевисайда. Чтобы облегчить вычисление градиентов для анализа чувствительности при решении задачи оптимизации в вычислениях используется сглаженная функция Хевисайда. Рассмотрен ряд примеров с целью получения оптимальной микроструктуры для снижения пиковых значений напряжений сдвига и отслаивания микроструктуры припоя в трехслойном термоупругом пакете. Алгоритм топологической оптимизации использовался для оптимизации микроструктуры двух типов соединений с целью уменьшения пиковых напряжений в слое припоя. Результаты показывают, что полученные оптимизированные микроструктуры значительно снижают пиковые напряжения в слое припоя. Оптимизированные микроструктуры давали более низкие пиковые напряжения по сравнению с однородным слоем припоя. Это было достигнуто за счет более жесткой структуры в центре пакета, которая приводила к более низким пиковым напряжениям отслаивания наряду с плавным распределением напряжений вдоль слоя припоя. Оптимизация соединений внахлест привела к получению нестандартных микроструктур слоя припоя за счет действия как термических, так и механических нагрузок, которые могут быть изготовлены с использованием процессов аддитивного производства (3D принтер). Преимущество использования топологической оптимизации состоит в том, что микроструктура припоя не должна быть задана априори,

и, таким образом, любые конструкции могут быть оптимизированы без предварительного исследования влияния исходных геометрических параметров на прочность соединения. Во всех случаях после оптимизации наблюдалось значительное снижение напряжений в слое припоя. Показано, что можно добиться почти равномерных напряжений сдвига в припое, возникающих за счет разности коэффициентов линейного термического расширения материалов (КЛТР). Полученные результаты раскрывают потенциал разработанной методики и алгоритма, и показывают, что он может применяться для широкого ряда практических случаев. Кроме того, на основе упругой и термической обратной гомогенизаций, построена методика топологической оптимизации для случая, когда упругие и термические свойства материалов сильно конкурируют друг с другом, и оптимальные топологии для отдельных задач оптимизации сильно отличаются. Эта задача является многокритериальной. В проекте разработан алгоритм ее решения, основанный на оптимальности по Парето. Для дальнейшего развития метода создания топологически оптимальной микроструктуры композитных нано балок и пластин различной конфигурации для заданных граничных условий, тепловых и механических нагрузок исследована задача многокомпонентной топологической оптимизации. Многокомпонентная задача топологической оптимизации, определяется поиском оптимального распределения фаз нескольких (более трех) материалов с заданными объемными долями внутри области проектирования. В проекте разработан метод для решения задачи многокомпонентной топологической оптимизации на базе модифицированного метода SIMP с одной проектной переменной, который позволяет учесть свойства нескольких фаз материалов. Другие свойства рассматриваются как непрерывные функции от плотности. Проведено исследование для нано балок, математические модели которых построены с учетом модифицированной моментной теории, а так же с учетом кинематических гипотез Бернулли-Эйлера, Тимошенко и Шереметева – Пелеха. Авторами проекта построена многошаговая методология оптимизации армирования балки с заданным материалом с целью увеличения ее сопротивления действующим нагрузкам. Идея методологии: на первом этапе - для конкретных условий нагружения, начальных и граничных условий балки, находящейся в температурном поле, проводится топологическая оптимизация структуры армирования балки заданным композитом по критерию минимума податливости (максимума жесткости). В каждом из этих случаев оптимальная структура армирования является оригинальной для данных условий нагружения и закрепления. В результате балка с оптимальной микроструктурой приобретает неоднородность в двух направлениях: по толщине и по длине. В результате решения задач оптимизации получено распределение

модуля упругости, модуля сдвига, плотности материала для оптимальной микроструктуры балки, которое использовано на втором этапе. На втором этапе исследуется статическое и динамическое поведение балки, математическая модель которой построена на базе кинематических гипотез Бернулли-Эйлера, Тимошенко и Шереметьева-Пелеха, модифицированной моментной теории с учетом геометрической нелинейности по Карману. Учет влияние температурного поля вводится на основе соотношений Дюамеля-Неймана. Температурное поле не задается произвольным образом, а определяется из решения двумерного уравнения теплопроводности как стационарного, так и нестационарного. На основе методологии созданы алгоритмы и комплексы программ исследования нелинейной динамики термоупругих конструкций с оптимальной микроструктурой. Для исследования влияния оптимальной топологии балки на нелинейную динамику использовались основные характеристики колебаний: спектр Фурье, вейвлет спектр построенный на базе материнского вейвлета Морле, сечение Пуанкаре, фазовый портрет и значение старшего показателя Ляпунова. Проведен сравнительный анализ статики и нелинейной динамики однородных балок и неоднородных (оптимальных) балок модели Тимошенко, с оптимальным распределением материала по толщине и длине. Модель описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами. Переменные коэффициенты используются при моделировании балки с оптимальной топологией. В случае однородной (неоптимальной) балки коэффициенты постоянны по величине. Проведен сравнительный анализ зависимостей нагрузка-прогиб и собственная частота-прогиб для оптимальной (для различных значений размерного параметра длины материала) и неоптимальной балок. Сравнительный анализ нелинейной динамики оптимальной и неоптимальной нанобалок проводился с помощью вейвлет и Фурье спектров, старшего показателя Ляпунова, фазового портрета, сечения Пуанкаре. Рассмотрено влияние оптимизации физических параметров на характер колебаний. Исследованы сценарии перехода к хаотическим колебаниям. Построена математическая модель нано балки Шереметьева-Пелеха-Редди, которая описывается нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных с переменными коэффициентами. Проведено исследование зависимостей изменения прогибов для оптимальной и неоптимальной балок от внешней статической нагрузки и зависимости частоты собственных колебаний от прогиба. Сравнительный анализ нелинейной динамики оптимальной и неоптимальной нанобалок проводился с помощью карт характеров колебаний.

2 Сложные колебания гибких пологих физически нелинейных оболочек в температурном поле с учетом связанности полей

Уравнения движения нелинейной полой оболочки были получены в смешанной форме в рамках модели Кирхгофа – Лява, для учёта физической нелинейности использовался метод упругих решений А.А.Ильюшина, для учёта воздействия тепловых нагрузок и эффекта связанности деформаций и температуры решалось трёхмерное уравнение теплопроводности. По нашему мнению, для полноценного учёта связанности деформаций и температуры в тонкостенных конструкциях необходимо уравнение теплопроводности размерности на единицу больше, чем уравнения движения оболочки.

Были рассмотрены колебания указанных конструкций под действием равномерно распределённой по плану нагрузки, меняющейся во времени по закону синуса, и изучены сценарии, возникающие при переходе гармонических колебаний в квазипериодические и хаотические при учёте различных видов нелинейностей, а также различных видов тепловых нагрузок и учёте эффектов связанности полей деформаций и температуры.

Было показано, что в подавляющем большинстве рассмотренных задач с симметричным нагружением относительно осей симметрии оболочки в её плане, был реализован сценарий Помо – Манневиля перехода от гармонических колебаний к хаотическим.

Созданная программа для численного решения поставленной задачи позволяет учитывать на каждой грани оболочки следующие тепловые нагрузки: теплоизоляция, тепловой удар, конвективный теплообмен, поддержание постоянной температуры. Рассмотрено влияние указанных тепловых нагрузок на характер колебаний и сценарии перехода от одних форм колебаний к другим.

Уравнение теплопроводности было использовано для решения тепловых задач в форме, когда тепловые константы материала не зависят от нагрева конструкции, что справедливо для разогрева оболочки в пределах одной третьей от начальной температуры конструкции по шкале Кельвина.

Подготовлена программа, в которой помимо вышеописанных нагрузок имеется возможность учета действия сжимающих нагрузок на боковых гранях оболочки. При этом указанные нагрузки могут быть постоянными или переменными, при этом при учете переменных нагрузок они считались пропорциональными возникающим на боковых гранях сжимающим или растягивающим усилиям и имеющим противоположный знак по отношению к этим усилиям, т.е. в данном случае сжимающие усилия рассматривались как некоторая обратная связь оболочки с конструкцией, где она используется. Показано, что

учет сжимающих нагрузок значительно влияет на характер колебаний оболочки и сценарии смены форм колебаний.

Чтобы иметь возможность учитывать сложные виды нагружения тонкостенных конструкций, в частности, несимметричную по плану нагрузку, была модифицирована программа для численного решения указанной задачи. Если численное решение задачи с симметричным нагружением обычно происходит на одной четверти плана оболочки, то при рассмотрении нагрузки, несимметричной относительно одной оси требуется получение решения на половине плана оболочки, при нагрузке, несимметричной относительно двух осей – на полном плане. Это приводит к увеличению используемой памяти и времени счета соответственно в 2 и 4 раза. Пока проделана модификация программы для решения задачи при нагружении, несимметричном относительно одной оси в плане оболочки. При этом нагрузка, распределенная по поверхности оболочки, может по-прежнему меняться по закону синуса, быть постоянной во времени и в общем случае произвольной. На данный момент реализованы следующие виды несимметричной нагрузки: под знаком синуса находится слагаемое, равное произведению константы, так называемого волнового числа, на одну из координат плана оболочки, плюс слагаемое, равное произведению частоты переменной нагрузки на время. При этом амплитуда нагрузки может быть константой или может быть пропорциональна экспоненте со временем в показателе степени экспоненты. Подобные виды нагружения пластин и оболочек рассматриваются во многих задачах аэродинамики.

Также реализована возможность расчетов при действии постоянной во времени нагрузки, равномерно распределенной не по всему плану оболочки, а только по некоторой части плана в виде полосы, имеющей ограниченную длину вдоль оси, в направлении которой нагрузка может быть несимметрична. Данная полоса нагружения при необходимости может двигаться вдоль одной из осей плана оболочки, т.е. оболочка рассчитывается на воздействие нагрузки, движущейся по плану оболочки. При этом не имеется ввиду нагружение некоторой движущейся массой, т.к. при расчете не учитываются силы Кариолиса, которые обязательно должны приниматься в расчет при движущейся массе.

В подобных задачах показана зависимость формы колебаний не только от максимального значения нагрузки, но и от ширины полосы нагружения и от скорости движения этой полосы вдоль оболочки.

Многочисленные расчеты показали незначительное влияние учета эффекта связанности на форму колебаний оболочек, хотя некоторые весьма неожиданные и

необычные эффекты возникали в очень небольшом числе решаемых задач, и действовали они в течение очень небольшого интервала времени.

Учет несимметричности нагружения также приводил к неожиданным результатам. Так, при действии нагрузки с одной и той же амплитудой и частотой, но при различных волновых числах, были получены максимальные значения прогибов, отличающиеся до десяти раз.

Возможность использовать в численных экспериментах нагрузку, несимметричную относительно хотя бы одной оси плана оболочки, даёт возможность решения при использовании данной программы огромного класса задач, ранее недоступного расчетчикам.

В описанной программе для решения используется метод конечных разностей второго порядка точности для аппроксимации производных по пространственным координатам при решении уравнения теплопроводности и нелинейных уравнений упругости в смешанной форме. При этом уравнение движения оболочки и уравнение теплопроводности сводились к системе обыкновенных дифференциальных уравнений по времени. Члены, учитывающие физическую нелинейность материала, вычислялись с использованием данных с предыдущего шага по времени с проверкой устойчивости решения в зависимости от шага по времени и метода, используемого для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для решения задач с несимметричным нагружением без учета связанности деформаций и температуры было достаточно использования стандартного метода Рунге – Кутты четвертого порядка точности.

Для решения связанных задач, где устойчивость алгоритма требовала использования очень маленьких шагов по времени, оказались очень удобными всевозможные комбинации явных и неявных методов Адамса, работающих по схеме предсказание – уточнение. Так, при решении связанных задач очень хорошо себя зарекомендовала следующая комбинация: предсказание решения при помощи явного метода Адамса третьего порядка точности, уточнение при помощи неявного метода Адамса четвертого порядка точности, и ещё одно уточнение, что означает использование итераций, при помощи неявного метода пятого порядка точности.

Уравнение неразрывности деформаций после использования метода конечных разностей сводилось к системе алгебраических уравнений, которая решалась с использованием метода Гаусса на каждом шаге по времени.

Для решения связанных и физически нелинейных задач было необходимым численное интегрирование по толщине оболочки, которое осуществлялось с использованием стандартного метода Симпсона.

Достоверность получаемых результатов обеспечивалась сравнением решений некоторых базисных задач с решениями подобных задач, полученных другими методами, в частности, методом Бубнова – Галеркина. Также проверялась устойчивость решений в зависимости от выбора количества разбиений по пространственным осям координат и выбора шага интегрирования по времени. Решение задачи с несимметричным нагружением проходило проверку на совпадение с решением задачи с симметричным нагружением, когда в первой нагрузке выбиралась симметричной.

По результатам проделанной работы было опубликовано 4 статьи в изданиях РИНЦ.

3 Клиодинамический анализ стран Западной Европы и Азии методами нелинейной динамики

Клиодинамика - это междисциплинарная область исследований, объединяющая культурную эволюцию, экономическую историю (клиометрию), макросоциологию, математическое моделирование исторических процессов в течение долгого времени, а также построение и анализ исторических баз данных. Этот термин впервые предложил Пётр Турчин в 2003 году. С помощью клиодинамики можно объяснить такие динамические процессы, как бум и спады населения, подъем и падение империй, распространение и исчезновение религий. Одной из важнейших целей является создание и анализ массивных баз данных исторической и археологической.

В настоящее время основными направлениями изучения в клиодинамике являются: изучение революций и восстаний; структурно-демографическая теория и секулярные циклы; математическое моделирование в долгосрочной перспективе; тенденция анализа мировых систем; структурно- демографические модели революций современного мира, включая арабские революции 2011 года.

Клиодинамика занимается математическим моделированием исторических процессов. Любой исторический процесс является динамическим, поэтому для его анализа и исследования очень хорошо проявили себя методы нелинейной динамики, о которых мы поговорим далее.

Для исследования исторических временных рядов применяется компьютерное моделирование и методы нелинейной динамики, такие как вейвлет и Фурье анализ, вычисление показателей Ляпунова по различным методам (Вольфа, Канца, Розенштейна и Сано - Сававда), различные виды энтропий и показатель Херста. Вейвлет-анализ можно применять для более глубокого и детального изучения динамического процесса развития государства. Он позволяет выяснить, каким образом претерпевало изменение значение энергии государства во времени. Наиболее информативным из использованных в работе вейвлетов является вейвлет HAAR. Вейвлет MHAT тоже неплохо отражает динамику развития. Показатель Ляпунова при анализе экспериментальных исторических временных рядов подходит для оценки общей картины развития государства. Возможно выделить только глобальные периоды в истории, когда государственная система находилось либо в стабильном, либо в хаотическом состоянии. Фурье-преобразование, аналогично спектру показателя Ляпунова, может иллюстрировать общее состояние системы. Энтропия – это мера хаоса. Величина её показывает, насколько далеко система находится от

упорядоченного и структурированного состояния и насколько близко – к хаотичному и бесструктурному виду.

Изменяющиеся во времени исторические процессы – развитие государств, цивилизаций, либо их отдельных структур являются динамическими процессами. Поэтому закономерно применение к ним методов нелинейной динамики с целью исследования, анализа и возможностью составления прогнозов развития. Хорошо зарекомендовало применение большого спектра методов, таких как вейвлет - анализ, Фурье анализ, спектр показателей Ляпунова, энтропия и т.д. Исторические процессы исследуются в виде временных рядов. Важной составляющей является понятие энергии процесса (государства, цивилизации, их отдельных структур) - как совокупности его потенциальной и кинетической энергий. Из баланса этих составляющих следуют предпосылки для стабильности или кризиса в государстве. Величина энергии складывается из внутренней энергии государства, и внешней энергии, которая сообщается системе в результате контакта с сопредельными государствами. Если соотнести это понятие с чисто механическими подходами, то энергию государства можно рассматривать как совокупность его потенциальной (развитие экономики, социальная политика, образования и культура) и кинетической (вооруженные силы, внешняя политика) энергий, из баланса которых следуют предпосылки для стабильности или кризиса в государстве. Например, каждое государство функционирует в определенных границах. От эффективности работы его основных составляющих систем, то есть его потенциальной энергии, зависит целостность этих границ и внешняя политика государства (кинетическая энергия). Можно привести пример развития таких колоссов, как Римская империя и Османская империя. Когда не хватило энергии на длительное обеспечение стабильности и контроля за периферией при непомерно увеличившихся в границах государств. Таким образом, периоды новых кампаний по эскалации военных действий во внутренней или внешней политике и периоды кризисов любой природы соответствуют увеличению энергии государства. Энергетическая составляющая исследуется с помощью вейвлет – анализа и Фурье анализа. Каждая из функций этого базиса характеризует как определенную пространственную частоту, так и ее локализацию в физическом пространстве. Вейвлет - преобразование создает двумерную интерпретацию исследуемого одномерного сигнала. В итоге свойства сигнала анализируются одновременно в физическом и в частотном пространствах в каждый момент времени, на протяжении всего временного интервала. Преобразование Фурье также временной ряд с его представлением в частотной области и локализует частоту, не делая при этом временного разрешения. Применение вейвлет, Фурье анализов и спектра показателей Ляпунова дает комплексный подход к

исследованию изменения энергетического состояния исторического процесса. Используются несколько видов вейвлетов – Мейера, Хаара, Мексиканская шляпа, с целью выявления того из них, который наилучшим образом подходит для таких временных рядов. Применяются непрерывный вейвлет – анализ МНАТ и ортогональный вейвлет Хаара. Время (годы) – это параметр сдвига. Оно фиксирует точку фокуса вейвлета и масштабный коэффициент – частоту “Оптические качества” вейвлета, являющегося “математическим микроскопом” соответствуют базисному вейвлету. Характеристические показатели Ляпунова дают представление о скорости, с которой система утрачивает информацию о своем начальном состоянии, то есть переходит в хаотическое состояние с увеличением этих изменений увеличиваются значения показателей Ляпунова. Первый показатель Ляпунова позволяет определить наличие состояния хаоса в исследуемом процессе. Если отрицательный, то система находится в стабильном состоянии, положительный знак означает хаотизацию системы. Значение позволяет получить качественную и количественную характеристику ее динамического поведения. Существует несколько методов для вычисления показателя Ляпунова, в данной работе применен метод, предложенный Вольфом как для всего временного ряда в целом, так и изменение показателя в каждый момент времени. Это метод вычисления первого показателя Ляпунова по выборке из единственной координаты, когда неизвестны уравнения, описывающие эволюцию системы. Вычисление старшего показателя Ляпунова по методу Розенштейна предлагает вычисление его как угла наклона наиболее линейного участка. Нахождение такого участка, оказывается нетривиальной задачей, а иногда такой участок и вовсе указать не удастся.

Было проведено исследование Византийской империи. Были собраны данные по изменению территории и численности населения Византийской империи с 300 по 1320 годы. Рассматривали 3 временных ряда для изменения территории. Первый временной ряд, соответствующий историческим событиям. Во втором и третьем временных рядах предположили историческое развитие событий без серьезного расширения территорий Юстинианом I с 534 года по 602 и так же с 534 по 641 соответственно. Целью было рассмотреть с помощью методов Сана-Савада и нейронных сетей насколько эффективно расширение этих территорий. Был проанализирован спектр показателей Ляпунова от двух до семи, с целью посмотреть какой спектр наиболее хорошо даст возможность проанализировать интересующие закономерности. В результате выявлено, что наиболее эффективен и информативен спектр из 5 показателей, полученный методом нейронных сетей. Данный метод для данного вида временных рядов показал хорошую сочетаемость как с вейвлет анализом, так и с Фурье анализом. Когда метод Сана-Савада оказался не

чувствительным к такому роду оптимизации территории и показал не отличающиеся результаты. Делали анализ с помощью методов Вольфа и Розенштейна, но методы оказались не эффективными, поскольку они не дали возможность проведения анализа. Так же исследовали временные ряды с помощью преобразования Фурье, для населения и трех видов временных рядов территории. У реального временного ряда мы видим наиболее большой пьедестал частот, тогда как для двух виртуальных временных рядов этого пьедестал явно меньше.

С помощью вейвлет анализа хорошо выявляется энергетическая составляющая государства, наиболее эффективен в этом вейвлет Нааг. Резкое увеличение территории государства приводит к более сильной хаотизации, что согласуется с результатами вейвлет анализа, Фурье анализа и значениями спектра показателя Ляпунова. Метод нейронных сетей для данного вида временных рядов показал хорошую сочетаемость как с вейвлет анализом, так и с Фурье анализом. Когда метод Сано – Савада оказался не чувствительным к такому роду оптимизации территории и показал не отличающиеся результаты.

Было проведено исследование развития такой крупнейшего европейского государства, как Германия. Для этого были отобраны исторические и статистические данные: политические карты и численные значения территории и численности населения государства, на основании которых составлены экспериментальные исторические временные ряды. Эти временные ряды были проанализированы с помощью методов нелинейной динамики. Для более точного изучения поведения системы использован вейвлет-анализ, путём поэтапного сопоставления поведения вейвлетообразующей функции с историческими периодами и важными событиями, происходившими в этих периодах. На 2D и 3D интерпретациях вейвлетов Нааг, МНАТ, Meyer и Morlet подробно рассмотрены участки повышения частот и динамика энергии государства. Также были изучены показатель Ляпунова, спектр показателей Ляпунова и преобразование Фурье. В результате выяснилось, что вейвлет-анализ подходит для более глубокого и детального изучения динамического процесса развития государства. Он позволяет выяснить, каким образом претерпевало изменение значение энергии государства во времени. Наиболее информативными для рассмотрения экспериментальных временных рядов являются вейвлеты Нааг и МНАТ, а вейвлеты Meyer и Morlet отражают лишь основные исторические события в развитии государства. Показатель Ляпунова подходит для оценки общей картины развития государства, так как выделяются только глобальные периоды в истории, когда государственная система находилось либо в стабильном, либо в хаотическом состоянии. В данной работе значения показателя Ляпунова оказались близки

к нулю, что может охарактеризовать состояние исторического процесса, как близкое к хаотическому. Преобразование Фурье также может иллюстрировать только общее состояние системы. Согласно Фурье-преобразованию, для обоих экспериментальных временных рядов система тоже находится в хаотическом состоянии.

4 Нелинейная динамика нано цилиндрических панелей сетчатой структуры

В работе впервые рассматривается как тонкая гибкая цилиндрическая панель, состоящая из системы ребер одного материала, что позволяет использовать континуальную модель, предполагающую осреднение ребер по поверхности панели. Были получены уравнения движения элемента эквивалентной гладкой панели, граничные и начальные условия. А также выражения для осредненных моментов и усилий, действующих в эквивалентной гладкой панели. Уравнения движения, граничные и начальные условия гладкой панели были получены из вариационного принципа Остроградского-Гамильтона. Компоненты вектора перемещений при этом записаны, исходя из обобщенной кинематической модели Пелеха-Шереметьева, согласно которой поперечные сечения не остаются плоскими, и не перпендикулярны деформированной срединной поверхности панели, а также учитываются инерционные составляющие, связанные с поворотом сечений. Геометрическая нелинейность учтена по теории Теодора фон Кармана. В общем случае математическая модель построена для нелинейно упругого материала, то есть модуль Юнга и коэффициент Пуассона зависят от напряженно-деформированного состояния в точке. Классические континуальные модели не учитывают эффекты масштаба на наноразмерном уровне, поэтому в работе рассматривается неклассическая континуальная модель панели на основе среды Коссера со стесненным вращением частиц (псевдоконтинуум Коссера). То есть наряду с обычным полем напряжений рассматриваются также и моментные напряжения. При этом вводится некоторое упрощение и предполагается, что поля перемещений и вращений не являются независимыми.

Согласно континуальной модели Пшеничного Г.И. регулярную систему ребер заменяем сплошным слоем. При этом предполагаем, что деформация оси какого-либо ребра равна деформации линии, совпадающей с осью этого стержня в расчетной модели и одна из главных центральных осей поперечных сечений ребер панели совпадает с направлением нормали к срединной поверхности панели. Из условий равновесия прямоугольного элемента записаны соотношения, связывающие напряжения, возникающие в эквивалентной гладкой панели, с напряжениями в ребрах. Для определения физических соотношений сетчатой панели использовался метод множителей Лагранжа. При построении функционала выражение для потенциальной энергии деформации записывалось с учетом напряжений высших порядков (учитывалась микрополярная теория). Дополнительные условия статической эквивалентности исходной сетчатой панели и эквивалентной ей сплошной вводились с помощью множителей

Лагранжа (деформаций для напряжений и компонент тензора кривизны для моментов высших порядков). Необходимо было, чтобы построенный функционал имел стационарное значение.

Полученные физические соотношения и выражения, связывающие напряжения, возникающие в эквивалентной гладкой панели, с напряжениями в ребрах позволили записать соотношения для классических усилий и моментов, а также усилий, вызванных моментными напряжениями цилиндрической гладкой панели эквивалентной исходной сетчатой панели. Подставляя полученные соотношения в уравнения движения элемента панели из вариационного принципа Остроградского-Гамильтона, получим разрешающую систему уравнений движения элемента гладкой микрополярной цилиндрической панели модели Пелеха-Шереметьева эквивалентной исходной сетчатой панели. В данной модели жесткость стержней на изгиб в плоскости, касательной к срединной поверхности панели, не учитывается, поэтому порядки систем дифференциальных уравнений, описывающих поведение сетчатых и сплошных панелей совпадают. При этом совпадают и формулировки граничных условий соответствующих краевых задач. На основании обобщенной теории были получены, как частные случаи, математические модели колебаний нано-размерных цилиндрических панелей низших приближений (Тимошенко С.П. и Кирхгофа-Лява).

Методом Бубнова – Галеркина было найдено аналитическое решение для квадратной шарнирно опертой по торцам сетчатой пластины, состоящей из двух семейств взаимно перпендикулярных ребер и находящейся под действием нормальной нагрузки. Показано, что с ростом размерно-зависимого параметра несущая способность пластины к внешней нормальной нагрузке растет. Был построен комплекс программ для численного исследования нелинейной динамики микрополярной гибкой цилиндрической панели модели Кирхгофа-Лява, состоящей из двух взаимно перпендикулярных систем густо расположенных ребер. Система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с учетом граничных и начальных условий, описывающая движение элемента панели, сводилась к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка методом конечных разностей или методом Бубнова-Галеркина в высших приближениях по пространственным переменным. Данные методы позволяют рассматривать механическую систему как систему с большим числом степеней свободы, что существенно уточнит получаемые результаты. Полученная задача Коши решалась методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Программные комплексы позволяют строить такие характеристики как сигнал, спектр Фурье, вейвлет спектр, фазовый и модальный портрет, сечение и отображение

Пуанкаре, анализировать знак старшего Ляпуновского показателя. В силу сложности дифференциальной задачи, описывающей нелинейную динамику сетчатых цилиндрических панелей, найти ее аналитическое точное решение не представляется возможным. Единственным выходом является решение таких задач численными методами. Для обоснования достоверности получаемых результатов, численная реализация в задачах исследования колебательных режимов нелинейных микрополярных сетчатых цилиндрических панелей в данной работе велась принципиально разными численными методами. Для сведения дифференциальной задачи в частных производных к обыкновенной дифференциальной задаче по пространственным переменным использовались методы Бубнова-Галеркина в высших приближениях, конечных разностей с аппроксимацией второго порядка точности. Задача Коши также решалась несколькими методами типа Рунге-Кутты. Проводилось исследование сходимости различных численных методов для сведения системы уравнений в частных производных к задаче Коши для поставленной задачи. Выявлено, что метод конечных разностей для хаотического сигнала сходится при 32-х точках разбиения (32×32), метод Бубнова-Галеркина при числе членов ряда 13. В рамках данной работы рассматривались микрополярные цилиндрические панели с двумя семействами взаимно перпендикулярных ребер. Было показано, что при уменьшении расстояния между ребрами семейства стержней прогибы сетчатой пластины приближаются к прогибам сплошной, а также выявлены параметры сетки, при которых достигнуто совпадение. Увеличение расстояния между ребрами приводит к увеличению прогибов панели, то есть к уменьшению ее изгибной жесткости. Изучен вопрос влияния угла наклона ребер семейств на поведение сетчатой цилиндрической панели с двумя семействами взаимно перпендикулярных ребер. Установлено, что при приближении углов наклона ребер решетки к координатным осям жесткость панели увеличивается. Учет моментных напряжений так же приводит к увеличению изгибной жесткости цилиндрической сетчатой панели, состоящей из двух семейств взаимно перпендикулярных ребер. Был исследован вопрос влияния микрополярных связей и сетчатой структуры на значения собственных частот колебаний жестко заземленной квадратной пластины Кирхгофа, состоящей из двух семейств взаимно перпендикулярных ребер. Показано, что собственные частоты сплошной и сетчатой пластины без учета моментных напряжений отличаются на 3,54%, в случае учета микрополярной теории для значения материального параметра (0,5) различие составляет 14,76%.

Для понимания природы хаотических режимов и явлений в работе микромеханических систем, для изучения влияния сетчатой структуры и размерного

коэффициента на особенности поведения цилиндрических панелей, на основании Фурье и вейвлет-преобразования, анализа знаков Ляпуновских показателей, фазовых и модальных портретов была исследована динамика микромеханических систем в виде микрополярной геометрически нелинейной тонкой цилиндрической панели сетчатой структуры, состоящей из двух семейств взаимно перпендикулярных ребер. Во всех рассматриваемых экспериментах был получен сценарий Рюэля-Такенса-Ньюхауза, то есть переход к хаотическим колебаниям осуществлялся через две независимые частоты и их линейные комбинации.

5 Нелинейная динамика изотропных нано пластинок с учетом изменения граничных условий вдоль контура

В 2019-2021 г. в рамках исследования по теме нелинейная динамика изотропных нано пластинок с учетом изменения граничных условий вдоль контура была разработана математическая модель и алгоритм, разработана программа и проведены вычислительные эксперименты с последующим анализом результатов.

Также в соавторстве с А.В. Молоденковым и Я.Г. Сапунковым (ИПТМУ РАН, г. Саратов) проводились исследования, связанные с задачами определения ориентации твердого тела, построением новых алгоритмов ориентации объектов с помощью бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Применительно к задаче определения ориентации твердого тела (объекта с БИНС), помимо классических векторных моделей, рассмотрена новая математическая модель углового движения твердого тела, полученная Ю.Н. Челноковым, в виде кинематического уравнения типа Риккати, записанного в четырехмерных кососимметрических операторах. Это позволило более эффективно строить приближенные аналитические решения кинематических уравнений в четырехмерных кососимметрических операторах и их алгоритмы численного интегрирования (алгоритмы ориентации) в сравнении с использованием векторных кинематических уравнений и их матричных аналогов в трехмерных кососимметрических операторах.

Получены новые аналитические решения в задаче определения ориентации твердого тела по его известной угловой скорости (задаче Дарбу). На основе точного решения укороченного уравнения для вектора конечного поворота твердого тела с помощью квадратур аналитически решена задача определения кватерниона ориентации твердого тела при произвольном векторе угловой скорости и малом угле поворота твердого тела. Исходя из этого решения, предложен подход к построению нового алгоритма для вычисления ориентации БИНС. Аналитически подтверждена правильность полученных результатов. Получен новый подход к построению аналитического алгоритма определения ориентации БИНС на основе точного решения приближенного кватернионного кинематического уравнения типа Риккати (точного решения усеченной задачи Дарбу).

Рассматривалась задача оптимальной переориентации (разворота) космического аппарата (КА) как твердого тела с одной осью симметрии в кватернионной постановке при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА без ограничения на управление. В качестве критерия оптимальности использовался

комбинированный функционал, который объединяет время и энергию, затраченные на разворот КА. С помощью замен переменных исходная задача упрощалась (в смысле динамических уравнений Эйлера) до задачи оптимального разворота твердого тела со сферическим распределением масс, содержащей одно дополнительное скалярное дифференциальное уравнение. С использованием кватернионов на основании принципа максимума Л.С. Понтрягина получено точное аналитическое решение этой задачи в классе конических движений. Представлено явное выражение для оптимального управления и постоянного по модулю оптимального вектора угловой скорости КА. Траектория движения осесимметричного КА представляет собой регулярную прецессию (в этом отличие предлагаемого решения от ранее известных).

Векторы начального и конечного значений угловой скорости КА должны принадлежать конической поверхности, порождаемой произвольно заданными постоянными условиями задачи. Записан аналитический алгоритм оптимального разворота КА. Также было получено аналитическое квазиоптимальное решение задачи поворота осесимметричного КА с комбинированным функционалом, представляющим собой линейную комбинацию с весовыми множителями трех критериев: времени процесса управления, импульса квадрата кинетического момента тела и импульса модуля управляющего момента. С помощью замены переменных задача об оптимальном повороте осесимметричного КА, рассматриваемого как твердое тело, из состояния покоя в заданное состояние покоя, сведена к решению аналогичной задачи со сферической симметрией тела, для которой построено квазиоптимальное аналитическое решение, близкое к оптимальному. Вначале в кватернионных переменных ставилась задача об оптимальном развороте КА с осевой симметрией.

Произведен переход к безразмерным переменным. Далее с помощью замены переменных делается переход к задаче об оптимальном развороте тела со сферической симметрией. При этом возникает дополнительная фазовая переменная. В результате задача становится задачей оптимального управления с подвижным правым концом траектории. С помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина решение задачи сводится к решению краевой задачи для системы дифференциальных уравнений по определению фазовых и сопряженных переменных. Для этой задачи строится аналитическое квазиоптимальное решение, так как при этом делается одно предположение о значении сопряженной переменной дополнительной фазовой координаты, которое позволяет упростить решение задачи.

Получены примеры аналитических оптимальных и квазиоптимальных решений задач разворотов КА и проводятся сравнения этих решений с численным решением задачи

об оптимальном развороте КА с осевой симметрией на основе алгоритма Левенберга-Марквардта, представляющего собой комбинацию модифицированного метода Ньютона и метода градиентного спуска. Сравнения показывают, что построенное аналитическое оптимальное решение задачи для частного случая граничных условий по угловой скорости КА полностью совпадает по своим результатам с численным. Аналитическое квазиоптимальное решение задачи с большой точностью аппроксимирует оптимальное численное решение. Отметим, что среди численных примеров приводятся развороты КА “Спейс Шаттл”, рассматриваемого как твердое тело.

6 Исследовать колебания многослойной пластинчато-балочной структуры с учетом наноразмерности

В течение последних десятилетий нанотехнологии становятся одной из передовых технологий. Появляются электронные устройства или другие механические структуры, составными элементами которых являются микро- или наноразмерные балки, пластины и оболочки, имеющие по меньшей мере один размер от 1-100 нм. В результате широкого применения микро- или наноструктур очень важной научной задачей является проблема корректного математического моделирования поведения размеро-зависимых механических структур с учетом электрических, магнитных и тепловых полей, динамического воздействия. Это важно из-за их специфических физических и механических свойств. Кроме того, если необходимо провести структурный анализ, то встает вопрос какую теорию следует использовать.

Поведение размеро-зависимых механических структур под воздействием электрических, магнитных и тепловых полей и динамического нагружения является нелинейным. Нелинейность возникает либо из-за электростатической силы, которая обратно пропорциональна квадрату зазора между элементами структуры, либо от силы Казимира, которая обратно пропорциональна четвертой степени этого зазора, либо из-за высокой гибкости структуры при больших деформациях при рассмотрении геометрической нелинейности. А также зависит от физической нелинейности. Ввиду большой стоимости проведения натурных экспериментов, сложного нелинейного характера задачи делается невозможным получение аналитических решений. В ходе проведенных исследований построена обобщенная теория нелинейной динамики механических систем в виде геометрически и физически нелинейных нанобалок, нанопластин, находящихся в температурном, магнитном и электрическом полях и под действием механической нагрузки, с учетом размерно-зависимого параметра на основе модифицированной моментной теории упругости. Математическая модель учитывает не только поворот нормали к срединной поверхности, но и её искривление. Ввиду сильной нелинейности задачи, ее решение необходимо проводить несколькими альтернативными численными методами, а также важно исследовать вопрос об истинности хаоса. В ходе выполнения исследований применена модифицированная моментная теория упругости с учетом масштабных эффектов для построения математической модели распределенных механических размерно-зависимых структур (нанобалки, нанопластины).

С помощью методов нелинейной механики сплошной среды, вариационного исчисления, а также современных средств компьютерной алгебры, символьных

вычислений и интервальной математики получены исходные системы дифференциальных уравнений в частных производных из вариационного принципа Остроградского-Гамильтона на основе кинематических моделей первого, второго и третьего приближений. Построенная математическая модель учитывает геометрическую нелинейность по закону Теодора фон Кармана, учитывает контактное взаимодействие по Б.Я. Кантору, учитывает физическую нелинейность согласно деформационной теории пластичности. Температурное поле учитывается по закону Дюамеля-Неймана. Применен метод переменных параметров упругости Биргера на каждом шаге по времени для физической нелинейности. Осуществлен учет сил Кулона, Казимира и Ван-дер-Ваальса. Изучен вопрос о корректности данных уравнений и существовании решений. В случае решения нелинейной стационарной задачи построены приближенные решения по методу Бубнова-Галеркина. В случае нестационарных задач решения построены по методу Фаздо-Галеркина, затем для них установлены априорные оценки типа энергетических неравенств. Полученные дифференциальные уравнения в частных производных являются сильно нелинейными (геометрическая и физическая нелинейности, контактное взаимодействие, силы Кулона, Казимира, Ван-дер-Ваальса). Решить их аналитическим путем не представляется возможным, поэтому используем численные методы. Чтобы исключить численную погрешность и ошибочно не принять ее за хаотическое состояние системы, необходимо проводить решение различными по своей структуре численными методами на всех этапах моделирования. С этой целью для сведения уравнений в частных производных к задаче Коши применяются метод Фаздо-Галеркина в высших приближениях, метод конечных разностей второго и четвертого порядка точности, метод конечного и граничного элемента. Для решения задачи Коши использованы методы типа Рунге-Кутты, метод конечных разностей по временной координате, метод Ньюмарка. Применение разных методов необходимо для получения достоверных результатов. Применены методы качественного анализа уравнений нелинейной динамики, а именно построены сигналы, фазовые и модальные портреты, спектры мощности Фурье, отображения и сечения Пуанкаре, автокорреляционные функции, вейвлет анализ (исследованы разные материнские вейвлеты: Гаусса 32, Морле, Хаара и т.д.). Вейвлет анализ позволяет в пространственно-временной плоскости выявлять и изучать локализованные во времени особенности в характере колебаний, вызванные температурным и электрическим полями. Исследована фазовая хаотическая синхронизация на основе вейвлет анализа Морле. Согласно определению Гулика необходимо исследовать истинность хаотического состояния, для этого проведен анализ знаков показателей Ляпунова разными методами, т.к. единого достоверного метода

анализа знаков показателей Ляпунова не существует. Для численного расчета спектра Ляпунова использован подход, обобщающий алгоритм Бенеттина. В данном случае, кроме просчета опорной траектории, необходимо также отслеживать эволюцию не одной, а нескольких возмущенных точек. Количество просчитываемых возмущенных траекторий равно размерности фазового пространства. Чтобы это осуществить, используют в основном численный подход, основанный на выводе уравнений динамики системы в вариациях. Поскольку старший показатель Ляпунова оказывает существенное влияние на эволюцию всех возмущенных траекторий, то на каждом этапе алгоритма кроме перенормировки векторов возмущения необходимо дополнительно выполнять их ортогонализацию. Метод Вольфа рассчитывает старший показатель Ляпунова по выборке из единственной координаты, и используется, когда неизвестны уравнения эволюции системы, и нельзя измерить все её фазовые координаты. Метод Розенштейна прост для реализации и показывает хорошую скорость расчета, однако, результатом его работы является не численное значение, а некоторая функция от времени. Старший показатель Ляпунова предлагается вычислить как угол наклона ее наиболее линейного участка. Алгоритм Канца рассчитывает старший показатель Ляпунова путём поиска всех соседей в окрестности опорной траектории и высчитывает среднюю дистанцию между соседями и опорной траекторией как функцию от времени (или относительное время, умноженное на частоту выборки данных). Также существует метод расчёта старшего показателя Ляпунова на основании синхронизации связанных идентичных систем, называемый методом вычисления старшего показателя Ляпунова через синхронизацию подсистем с негативной обратной связью. Недостатком метода является возможность его применения только для систем, для которых известны сравнения эволюции, кроме того, способ связи двух идентичных систем различается в зависимости от типа рассматриваемой системы. Существует метод якобиана, который позволяет оценить спектр неотрицательных показателей Ляпунова. Однако его недостатком является высокая чувствительность к шумам и ошибкам. В результате анализа принято решение об оптимальном сочетании численных методов для исследования динамики рассматриваемой механической размерно-зависимой структуры.

7 Клиодинамический анализ методами эконометрики и системного анализа

В данной работе, на основании проведенной работы по сбору информации, и ее сопоставлению, с цель подтверждения достоверности получаемых данных из различных источников, удалось построить зависимость изменения численности населения от времени и изменения территорий Древнего Рима, Древнего Египта, Византии, Московии и Евросоюза.

Основными методами по обработке используемой информации явились спектр Фурье, автокорреляционная функция, старший показатель Ляпунова, фазовый портрет и вейвлеты.

Известно, что любой сигнал можно охарактеризовать некоторыми обобщенными величинами – энергией, мощностью, моментами, автокорреляционной функцией и др.

Преобразование Фурье дает общее представление об изменении состояния системы, не давая возможности исследовать отдельные, более подробные моменты поведения системы на срезах отдельных временных интервалов.

При использовании вейвлет анализа энергия сигнала может быть вычислена на основании вейвлет коэффициентов. Исходя из этих определений можно говорить о том, что большему значению вейвлет – коэффициентов соответствует большее значение энергии системы. Если ввести понятие энергии населения государства, как совокупности энергии отдельных групп индивидуумов (воля, желание, страсть), то картину вейвлет – спектра можно объяснить следующим образом. При увеличении энергии нации – рост вейвлет - коэффициентов, происходит захват новых территорий, увеличении численности народонаселения и т.п.

Фазовым портретом называют семейство траекторий на фазовой плоскости – плоскости сигнала и скорости его изменения. Каждая из траекторий характеризует энергию, запасенную системой. При использовании фазового портрета применительно к исследованию цивилизаций – можно говорить о запасенной энергии на каждом этапе развития – витке спирали на фазовом портрете.

Исследовался вопрос о выборе типа вейвлета, для всех рассматриваемых цивилизаций и Евросоюза. Этот вопрос является очень важным, т.к. различные типы вейвлетов позволяют получать различную информацию о исходном сигнале и в различных отраслях науки (радиофизика, динамика конструкций, ядерная физика, сейсмология и др.) используются разные типы вейвлетов. Для исследования исторических данных во времени указанные зависимости $N(t)$ (изменение народонаселения) и $S(t)$ (изменение площади государства) исследовались с помощью вейвлетов Гаусс -1,2,8, Морле, Мейера. В результате проделанных исследований отмечается, что для получения

всего частотного диапазона необходимо использовать вейвлеты Гаусс-8, Морле, Мейера. Для локализации главных частот используются Гаусс-1,2.

Показатель Ляпунова, характеризующий расхожимость близких фазовых траекторий, указывает на устойчивость или неустойчивость системы. Таким образом при отрицательном показателе Ляпунова государство стабильно и процветает, при положительном происходят войны, революции и стихийные бедствия.

Использование описанных выше характеристик для анализа как уже исчезнувших цивилизаций, так и для анализа Евросоюза позволила выявить связь исторических событий с изменениями на вейвлетах, фазовых портретах, показателях Ляпунова и др.

Применение Фурье-анализа указывает на то, что цивилизация Древнего Рима, как система с распределенными параметрами, находится в хаосе на всем интервале времени. Т.е. использование преобразования Фурье приводит к неверным выводам, а именно, что в течении всей истории Древнего Рима общество находилось в состоянии хаоса, что является не совсем верным. Использование вейвлет – анализа позволяет более точно исследовать эволюцию этой цивилизации. Показано, что в период расширения территории Рима с помощью военной силы, в состоянии гражданских войн эпидемий и восстаний наблюдается повышение энергии нации и система рассматриваемая система находится в состоянии хаоса.

Расширения государства, изменения внешне политических событий, голод, эпидемий, гражданских войн приводило элиту Рима к необходимости модернизации системы управления.

Исследование цивилизации древнего Египта с помощью вейвлет–анализа показывает, что увеличение спектра частот вейвлетов четко соответствует процессам, происходившим в древнеегипетском государстве. Первое увеличение частот приходится на период объединения Египта царями Верхнего Египта в 3100г. до н.э. это период начала Раннего Царства и становления нового государства. Следующий всплеск частот соответствует периоду с 2280 по 2150 гг. до н.э., ознаменованных сильнейшей засухой, голодом, упадком и раздробленностью государства, закатом Древнего царства. Среднее Царство было возрождением египетской цивилизации, происходит новое увеличение территории страны. Спектр частот увеличивается в период становления Среднего Царства с 2150 по 2000г до н.э. Далее эта тенденция сохраняется. Частоты увеличивают свои значения при начавшихся социальных волнениях, на фоне тяжелых природных условий, войн и т.п.

На примере вейвлетов исследованы результаты для Византии. Увеличение спектра частот происходит в период образования Византии как самостоятельного государства в

410г. Следующий период увеличения частот вейвлета соответствует времени правления Юстиниана I, периоду значительного увеличения территории государства, кодификации римского права и административных реформ. Очередное увеличение спектра частот в конце VII в. во время правления императора Ираклий (610 – 641 гг.). Далее спектр частот увеличивается в XI в. Произошло обострение внутренних противоречий, спровоцированных ростом крупного частного землевладения в лице феодальной аристократии и церкви. Таким увеличением отмечены и XIIв и XIIIв, когда страна фактически находилась в агонии, периодически приводя свои внутренние и внешние дела в порядок, но это являлось залогом следующих проблем. Московское государство имеет несколько увеличений спектра частот. Эти увеличения соответствуют: началу расширения тогда еще княжества с 1303г. при князе Юрии Даниловиче (1303 – 1325 гг.); периоду московско – литовских войн 1368 – 1372 гг; периоду XVв. и начала XVI в. ознаменованный масштабным расширением государства, объединением русских земель вокруг Московского княжества.

Апробированная на исчезнувших цивилизациях методика применяется к исследованию такого объединения как Евросоюз. Были проанализированы изменение площадей, населения и бюджет.

Таким образом, можно увидеть, что предложенная методика позволяет анализировать и давать необходимый прогноз по экономической и социальной работе государства или сообщества государств как современных, так и древних цивилизаций.

8 Изучение аксиоматических характеристик классов алгебры отношений с диофантовыми операциями. Нахождение базисов тождеств многообразий и квазимногообразий, порожденных классами алгебры отношений с диофантовыми операциями

Пусть Φ - Множество в бинарных отношений Φ на базовом множестве U , замкнутое относительно некоторого набора Ω операций над отношениями, образует алгебру (Φ, Ω) , называемую алгеброй отношений. Теория алгебр отношений является неотъемлемой частью алгебраической логики и современной алгебры.

Обозначим через $R(\Omega)$ класс всех алгебры, изоморфные тем, элементы которых являются бинарными отношениями и чьи операции являются членами Ω . Пусть $Var(\Omega)$ - многообразие, $Qvar(\Omega)$ - квазимногообразие, порожденное классом $R(\Omega)$.

При рассмотрении класса $R(\Omega)$ естественным образом возникают следующие проблемы:

- 1) найдите систему аксиом для этого класса,
- 2) является ли это конечно аксиоматизируемый классом,
- 3) найдите базис квазитождеств для этого квазимногообразия,
- 4) является ли это конечно базируемым квазимногообразием,
- 5) найдите базис тождеств для этого многообразия,
- 6) является ли это конечно базируемым многообразием,
- 7) образует ли этот класс квазимногообразие,
- 8) образует ли квазимногообразие $Qvar(\Omega)$ многообразие.

Первый математик, рассмотревший алгебры отношений с точки зрения теории универсальную алгебру был А.Тарский. В дальнейшем многочисленные исследования были посвящены изучением редуктов и субредукты класса алгебр отношений Тарского. Мы будем рассматривать обобщенные субредукты алгебр отношений Тарского с одной бинарным примитивно-положительная операция, т. е. группоиды отношений. Мы трактуем термин группоид как алгебру с одной бинарной операцией. Обратите внимание, что термин группоид также используется для алгебр с частичными операциями. Одна из причин интереса к группоидам отношений заключается в следующем. Довольно часто алгебраические теории возникают как абстрактные теории для некоторые классы алгебр отношений. Например, теория групп возникла как абстрактная теория групп подстановок, алгебраическая теория полугрупп возникла как абстрактная теория полугрупп преобразований и т. д. Тем не менее, произвольный группоид не имеет естественного

представления в виде алгебра отношений. По этой причине интересно выявить и изучить классы группоидов, имеющие такие представления. Не всякая примитивно-положительная операция над отношениями ассоциативна. Это приводит к изучению группоидов с неассоциативными операциями. Дополнительный интерес к неассоциативным группоидам связан с возможностью их использования в криптографии.

9 Эффекты адиабатического следования электромагнитно индуцированной прозрачности на квантовых переходах между вырожденными энергетическими уровнями

Получены результаты теоретического изучения процесса эволюции пробного импульса при электромагнитно индуцированной прозрачности в Λ -схеме вырожденных неоднородно уширенных квантовых переходов. Предполагается, что взаимодействующие поля эллиптически поляризованы, а их воздействие на среду может быть как строго резонансным, так и квазирезонансным. Показано, что в среде пробное излучение представимо в виде суммы двух нормальных мод – квазимонохроматических эллиптически поляризованных полей распространяющихся независимо друг от друга. Большая ось эллипса поляризации нормальной моды первого типа параллельна, а второго – перпендикулярна большой оси эллипса поляризации управляющего излучения. Ввиду того, что скорости импульсов нормальных мод различны, входящий в среду одиночный импульс пробного излучения распадается внутри среды на отдельные импульсы, каждый из которых переносит энергию одной из нормальных мод. В условиях квазирезонанса процесс распада происходит на меньшем расстоянии, чем в условиях строго резонанса. Если нормальные моды не модулированы по фазе на входной поверхности среды, то при квазирезонансе моды приобретают фазовую модуляцию при распространении внутри среды, тогда как в случае строго резонанса этого не происходит. Показано, что при квазирезонансе фазовая модуляция моды второго из упомянутых выше типов значительно превосходит фазовую модуляцию моды первого типа. Прозрачность среды для нормальной моды первого типа слабо уменьшается при переходе от случая строго резонанса к случаю квазирезонанса, тогда как прозрачность среды для моды второго типа при этом уменьшается значительно. Полное пробное поле, являющееся суммой нормальных мод, до распада его на импульсы мод как в случае строго резонанса, так и при квазирезонансе, обладает фазовой модуляцией, даже если оно не имело фазовой модуляции на входной поверхности.

Получены результаты теоретического исследования зависимости характеристик явления электромагнитно индуцированной прозрачности от мощности импульса входного пробного излучения. Предполагается, что взаимодействующие излучения эллиптически поляризованы. Анализ проведён для Λ -схемы неоднородно уширенных квантовых переходов между вырожденными уровнями 3P_0 , $^3P_1^0$ и 3P_2 изотопа ^{208}Pb . Рассматриваются случаи резонанса, т.е. совпадения частот пробного и управляющего полей с центральными частотами соответствующих квантовых переходов, и

квазирезонанса, когда такое совпадение имеет место лишь с точностью до ширины линии соответствующего квантового перехода. Показано, что в указанных случаях существует тенденция распада входного пробного излучения на импульсы с различными поляризационными характеристиками. Если входное пробное излучение достаточно слабо, то эти импульсы имеют постоянные поляризационные характеристики и являются импульсами нормальных мод. Нормальные моды лишены фазовой модуляции в случае резонанса и обладают ей при квазирезонансе. Большая ось эллипса поляризации одной из нормальных мод параллельна, а другой перпендикулярна большой оси эллипса поляризации управляющего поля. Моды первого типа распространяются в среде с меньшими потерями, чем моды второго типа. При большей мощности входного пробного излучения импульсы, на которые оно распадается в среде, не являются импульсами нормальных мод, но их поляризационные характеристики колеблются около значений, присущих нормальным модам. При этом фазовая модуляция пробного поля присутствует на всех стадиях его распространения в среде. Показано, что с ростом интенсивности входного пробного излучения прозрачность среды для пробного поля уменьшается. Однако она достаточно велика, если поляризационные характеристики пробного излучения совпадают с таковыми для нормальных мод первого типа.

Приведены результаты аналитического и численного анализа процесса эволюции импульсов пробного излучения наносекундной длительности при электромагнитно индуцированной прозрачности в Λ - схеме вырожденных квантовых переходов. Предполагается, что пробное и управляющие поля на входе в активную среду эллиптически поляризованы и одно из них обладает фазовой модуляцией. Аналитически показано, что в среде пробное излучение является суммой двух нормальных мод, распространяющихся независимо друг от друга. Поскольку скорости импульсов нормальных мод различны, входящий в среду одиночный импульс пробного излучения распадается внутри среды на отдельные импульсы, каждый из которых переносит энергию одной из нормальных мод. Численное моделирование показало, что при достаточно большой фазовой модуляции нормальные моды, интенсивность которых на входной поверхности описывается колоколообразной кривой, в среде превращаются в цуги субимпульсов. Фазовая модуляция входного поля практически не влияет на скорости распространения нормальных мод, но снижает прозрачность среды для пробного излучения.

10 Разработка идей и численной реализации бессеточного метода анализа уравнений в частных производных

Бессеточные методы или методы частиц в настоящее время находят свою применимость в вычислительной механике. Они не требуют создания сетки и, таким образом, они подходят для решения некоторых задач, например, адаптивного вычисления или проблем распространения трещин. Кроме того, интерполяции функций в бессеточных методах являются особенно привлекательным в присутствии больших напряжений, сосредоточенных сил и больших деформаций. С другой стороны, с практической точки зрения, конечные элементы являются менее затратными в машинном времени. Тем не менее, процесс генерации сетки для некоторых проблем незначительно отличается от бессеточных методов. Существует практика применения обоих методов, используя преимущества каждого и с конечно элементной сеткой, и бессеточных. Это значительно упрощает задание основных граничных условий. Они делают смешанные интерполяции в переходной области: область, где взаимодействуют конечные элементы и частицы. В LS-DYNA постановка решения в бессеточном виде производится с помощью команд *CONTROL_EFG и *SECTION_SOLID_EFG. В такой постановке задачи не строится сетка конечных элементов, и, соответственно, отсутствует возможность искажений формы элементов, которые значительно влияют на точность вычислений. Преимущество, отмечаемое исследователями и разработчиками бессеточных методов (БМ), заключается в отсутствии сетки — при расчете не требуется решать задачу построения высококачественной сетки, которая зачастую оказывается сложнее исходной задачи. Это преимущество очень удобно при крайне нерегулярной форме границы, а также в случае больших деформаций, когда могут возникнуть неприемлемые искажения элементов.

Построена математическая модель контактного взаимодействия между двумя пластинками выполненными из разномодульного материала с учетом некоторых типов нелинейностей для каждой из пластинок. Для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) этой конструкции используется метод вариационных итераций, который может быть положен в основу методов сведения уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Приводится теорема сходимости этого метода. Разработана итерационная процедура решения контактных задач двух пластинок, выполненных из разномодульного материала. Доказана сходимость этой итерационной процедуры. Физическая нелинейность, для конструкции выполненной из разномодульного материала, учитывается с помощью метода переменных параметров упругости.

11 Исследование нелинейных колебаний в элементах нано-электромеханических систем (НЭМС)

В работе построена обобщенная теория нелинейной динамики чувствительных элементов наноэлектромеханических систем (НЭМС) с учетом сил Казимира, Ван-дер-Ваальса, Кулона, температурных и шумовых воздействий. Элементы НЭМС представляют собой механические системы, состоящие из комбинации слоистых балок, пластин и оболочек.

Теория построена для ортотропных гибких многослойных оболочек или балок с учетом гипотез Шереметьева-Пелеха, позволяющих учесть не только поворот, но и искривление нормали. Для учета масштабных эффектов использовались такие неклассические теории как модифицированная моментная, нелокальная, поверхностная теории упругости.

Материал чувствительных элементов рассматривался неоднородным, то есть учитывалась зависимость модуля упругости и коэффициента Пуассона от напряженно-деформируемого состояния в точке и от температуры. Геометрическая нелинейность принята по теории Теодора фон Кармана. Контактное взаимодействие составных частей чувствительного элемента учитывалось по теории Б.Я. Кантора.

Связь между напряжениями, деформациями и температурным полем описывается законом Дюамеля-Неймана. Температурное поле определяется из трехмерного гиперболического уравнения теплопроводности. Но, кроме того, рассматривается теория, учитывающая тепловую инерцию и связанность деформационного и температурного полей. Математическая модель температурного поля строилась на основе гипотезы Катанео-Вернота, учитывающей задержку времени (время релаксации), и гипотезы Максвелла-Каттанео-Лыкова, учитывающей демпфирование градиента температуры.

Условия эксплуатации НЭМС датчиков подразумевают не только температурные воздействия, но и наличие вибрационных и шумовых воздействий. В связи со сверхмалыми размерами НЭМС датчиков, эти возмущающие факторы будут оказывать на поведение НЭМС значительное воздействие. Построенная теория позволяет рассматривать влияние аддитивных цветных шумов (белого, розового, фиолетового, синего, броуновского), электростатических полей (сил Кулона), квантовых эффектов - эффект Казимира, сил Ван-дер-Ваальса на поведение элементов НЭМС.

Вариационные и дифференциальные уравнения, начальные и граничные условия получены из энергетического принципа Гамильтона-Остроградского. Интегро-дифференциальные уравнения – это уравнения в частных производных с высокой

нелинейностью. Следует отметить, что полученные дифференциальные уравнения имеют разную размерность: для пластин и оболочек – уравнение двумерное, а для уравнения теплопроводности – трехмерное.

Из построенной теории как частные случаи были получены математические модели нелинейной динамики чувствительных элементов НЭМС датчиков, основанные на гипотезах Кирхгофа-Лява (Бернулли-Эйлера) и С.П. Тимошенко, учитывающие вибрационное, шумовое, тепловое и электростатическое воздействие, контактное взаимодействие, слоистую структуру элементов механической системы и неоднородность материала чувствительных элементов. При этом эффекты масштаба в математических моделях учтены на основе моментной, нелокальной, поверхностной теорий упругости.

Исследуемые механические объекты рассматриваются как системы с почти бесконечным числом степеней свободы. Применяются метод конечных разностей второго и четвертого порядка точности по пространственным координатам, как для уравнений, описывающих напряженно-деформируемое состояние пластин и оболочек, так и для трехмерного уравнения теплопроводности. Формулируются условия согласования в угловых точках и на ребрах, а также в местах смены краевых условий. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений по времени (задача Коши) решается методами типа Рунге-Кутты от четвертого до восьмого порядка точности, а также методом Ньюмарка. Применение различных методов к решению дифференциальной задачи позволило оценить полученные результаты на достоверность. Для получения достоверных результатов также использовался для стационарных задач метод конечных элементов. Исследовалась сходимость метода конечных разностей и метода конечных элементов в зависимости от количества разбиений по пространственным координатам в элементах НЭМС и для трехмерного уравнения теплопроводности. В частных случаях для некоторых задач, кроме указанных выше методов сведения к задаче Коши методами конечных разностей и конечных элементов, применялся метод Бубнова-Галеркина в высших приближениях, исследовалась также его сходимость. Применение принципиально разных методов сведения уравнения в частных производных к задаче Коши и исследование их сходимости дает возможность утверждать, что полученные решения являются близкими к точным, так как требовалось совпадение не только основных функций полученными методами, но и их вторых производных.

Следуя идее Пуанкаре о том, что необходимо рассматривать решение на множестве управляющих параметров (амплитуда и частота нагрузки), были построены карты характера колебаний от интенсивности внешней нагрузки и ее частоты. Каждая карта строилась с разрешением 300*300 пикселей. Таким образом, для построения одной карты

необходимо было решить задачу с различными комбинациями параметров 90000 раз, проанализировать методами нелинейной динамики (фазовый портрет, спектр мощности Фурье, вейвлет-спектр, Ляпуновские показатели (метод Розенштейна, Вольфа, Канца)). Исследовалась сходимость этих методов. После комплексного анализа характеристик принималось решение о том, какого типа колебания при данных параметрах. Карты демонстрируют области гармонических колебаний, области колебаний на несоизмеримых частотах, удвоение, утроение периода, области хаотических колебаний. Изучено влияние учета гипотез (Эйлера-Бернулли, С.П. Тимошенко, Пелеха-Шереметьева) на динамику чувствительного элемента НЭМС в виде балки. Рассмотрена динамика нанобалки, находящейся под действием знакопеременной нагрузки, без учета шумовых воздействий. Учтены модифицированная и поверхностная теории упругости. На основании сравнения карт характера колебаний был сделан вывод, что существенное влияние на решение систем нелинейных дифференциальных уравнений оказывает учет гипотезы при построении математической модели. Результаты, полученные с помощью гипотезы Бернулли-Эйлера и Пелеха – Шереметьева, качественно совпадают только для тонких изотропных балок, когда отношение длины к толщине больше 100. При относительной толщине меньше 100, а также при построении математической модели колебаний ортотропных балок необходимо использовать гипотезы Пелеха-Шереметьева. Система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, полученных на основе гипотезы С.П. Тимошенко, имеет старшую вторую производную по пространственной координате, поэтому решение менее устойчиво. Рассмотрено влияние случайного воздействия на решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. При учете гипотезы Эйлера – Бернулли шумовое аддитивное поле приводит к увеличению зон хаотических колебаний. При учете гипотезы С.П. Тимошенко шумовое поле не влияет на решение. А при учете гипотезы Пелеха-Шереметьева зоны колебаний на несоизмеримых частотах и зоны хаотических колебаний появляются при меньшей нагрузке. Исследовалась динамика нелинейных колебаний балок Эйлера – Бернулли, С.П. Тимошенко, Пелеха – Шереметьева с учетом некоторых типов цветного шума (белый, розовый, синий, фиолетовый, красный), что позволило сделать следующие выводы: при добавлении аддитивного белого, синего, розового и фиолетового шумов в нагрузку в сигнале появляются новые гармоники; а красный шум способен сглаживать гармоники сигнала.

12 Исследование нелинейной динамика чувствительных элементов нано- и микро- электромеханических систем, в виде балок, пластин и оболочек с учетом различного типа нелинейностей в условиях тепловых, вибрационных и шумовых воздействий применяемых в приборостроении

Было проведено исследование нелинейной динамики бесконечных цилиндрических нано панелей, с учетом температурного поля, математическая модель которых может быть получена как частный случай из уравнений пологой оболочки. Была построена математическая модель на основе гипотез Бернулли-Эйлера, закона Дюамеля-Неймана и соотношений модифицированной моментной теории. Никаких ограничений на распределение температурного поля не накладывается, а определение температурных полей производится решением задачи теплопроводности, в уравнении которой присутствует член содержащий кривизну.

Созданы алгоритмы и комплексы программ для численного анализа. Была произведена серия численных экспериментов, в которой моделировались колебания нано-цилиндрической панели с температурным полем под действием внешней знакопеременной нагрузки. Проведены исследования для положительных и отрицательных значений температуры. Для качественного анализа нелинейной хаотической динамики созданы алгоритмы и комплексы программ исследования спектров Фурье, вейвлетов как двумерных, так и одномерных. Созданы программы вычисления показателей Ляпунова по методам Канца, Вольфа, Розенштейна, Сано-Савада, нейронных сетей.

Построены математические модели цилиндрических нано и полно-размерных оболочек, как пологих, прямоугольных в плане оболочек, так и цилиндрических оболочек, с учетом воздействия внешних полей различной природы. Для построения математической модели использовались кинематическая модель Кирхгофа-Лява. Для учета размерно-зависимого поведения использовалась модифицированная моментная теория. Учет воздействия теплового поля проводился на основе теории Фурье, с использованием соотношений Дюамеля – Неймана. Неоднородность рассматривалась трех типов: перфорированные оболочки, учет малых упруго-пластических деформаций, переменность толщины оболочки.

Для численного исследования построенных математических моделей были созданы алгоритмы и комплексы программ исследования статики и нелинейной динамики оболочек с учетом воздействия полей различной природы. Сведение нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных к задаче Коши осуществлялось

несколькими, разными по своей природе, методами – конечных разностей, конечных элементов, Бубнова-Галеркина, Ритца. Проводилась работа по исследованию достоверности получаемых результатов как для статических задач, так и для результатов, получаемых при различных динамических режимах. Исследована сходимость решения для цилиндрической нано оболочки в зависимости от количества членов ряда в разложении метода Бубнова-Галеркина по действием распределенной знакопеременной нагрузки. Результаты для исследований были получены при гармонических и негармонических колебаниях цилиндрической оболочки, а также при различных значениях геометрического параметра и размерно-зависимого параметра.

Для обеспечения достоверности результатов были использованы методы анализа нелинейной динамики, такие как сигналы, спектр мощности Фурье, вейвлет анализ, фазовые портреты, вычисленные методом Сано и Савады спектры показателей Ляпунова. Для исследования нелинейной динамики использовались основные характеристики колебаний: спектр Фурье, вейвлет спектр построенный на базе материнского вейвлета Морле, сечение Пуанкаре, фазовый портрет и значение старшего показателя Ляпунова, для получения которых были созданы алгоритмы и комплексы программ. Было проведено исследование по построению сценариев перехода колебаний от гармонических к хаотическим при разном количестве членов ряда в методе Бубнова-Галеркина, а также рассмотрено влияние нано-размерного параметра.

Проводилось исследование влияния интенсивности температурного поля при действии знакопеременной нагрузки на устойчивость цилиндрической оболочки. Построены формы изгиба цилиндрической оболочки при некоторых значениях нагрузки для изучения потери устойчивости. Проведено исследование сценариев перехода от гармонических колебаний к хаотическим. Управляющими параметрами служили как амплитуда внешней нагрузки, так и интенсивность теплового поля. Изучение зависимостей позволило установить зоны потери устойчивости системы при воздействии температурного поля, а также в его отсутствии.

Для анализа состояния цилиндрической оболочки соответственно до и после потери устойчивости при полосовом нагружении и действии температурного поля строились формы изгиба оболочки и формы поперечного сечения цилиндрической оболочки в определенный момент времени. Проведено исследование динамических режимов в зависимости от управляющих параметров амплитуда-частота внешней нагрузки на основе построения карт характеров колебаний. Для построения карт были созданы программные комплексы анализа сигнала с помощью Фурье и вейвлет спектров, фазового портрета, спектра показателей Ляпунова, автокорреляционной функции. Были

построены карты для различных значений интенсивности теплового поля и коэффициента диссипации.

Исследовано влияние коэффициента диссипации на характер колебаний оболочечных систем. Исследовался вопрос об определении влияния интенсивности температурного поля на колебания цилиндрической оболочки при действии внешней нагрузки при различных углах приложения полосовой внешней нагрузки. Исследовано напряженно-деформируемое состояние системы, проанализировано соответствие основных характеристик при переходе системы в хаос и форм изгибания до и после потери устойчивости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведения исследований были получены следующие результаты:

- 1) подготовлено к защите 3 кандидатские диссертации (Добриян В.В., Вецель С.С., Ерофеев Н.П.) и 1 докторская диссертация (Яковлева Т.В.),
- 2) Защищено: 1 докторская диссертация (Папкова И.В.), 1 кандидатская диссертация (Крысько В.А.),
- 3) опубликовано 7 монографий и глав в монографиях, из них 6 в зарубежных издательствах,
- 4) опубликовано 147 статей и тезисов на конференциях, из них: 51 в Scopus и WoS, из них 39 в квантилях Q1 и Q2,
- 5) сделано 65 докладов на российских и зарубежных конференциях,
- 6) опубликовано 1 учебное пособие,
- 7) выиграны гранты РНФ, РФФИ.