

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени
Гагарина Ю.А.»

Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.» в г. Петровске



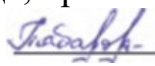
УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала СГТУ
имени Гагарина Ю.А. в г.Петровске
Е.А.Бесшапошникова
«30» июня 2025 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по дисциплине
ОП.09 «Математические методы решения
прикладных профессиональных задач»

направление подготовки
15.02.10 «Мехатроника и робототехника (по отраслям)»

Методические указания рассмотрены
на заседании предметной (цикловой) комиссии
общепрофессиональных дисциплин и
профессиональных модулей
«16» июня 2025 года, протокол №13

Председатель ПЦК  /Ю.А.Табарова/

Петровск 2025

Пояснительная записка

Методические указания по выполнению практических работ подготовлены на основе рабочей программы учебной дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач», разработанной на основе ФГОС СПО по специальности 15.02.10 «Мехатроника и мобильная робототехника (по отраслям)» и соответствующих общих (ОК) компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК 09 Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках

ПК 2.3 Проводить контроль работоспособности программного обеспечения электронных устройств управления, приводов и датчиков мехатронных устройств и систем

ПК 2.4 Выявлять отработавшие ресурс или вышедшие из строя компоненты мехатронных устройств и систем

Целью освоения учебной дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» является: изучение основ трудового законодательства, обязанностей по охране труда, производственной санитарии, по технике безопасности, пожарной технике и пожарной безопасности на производстве, снижение факторов неблагоприятного воздействия на человека опасных и вредных производственных факторов, обеспечение безопасности производственного процесса в производственной деятельности.

При выполнении практических работ студент должен **уметь**:

- выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;
- находить производные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;
- строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа;
- применять производную при решении задач на движение;
- решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
- строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из

реальной жизни;

- выражать формулами зависимости между величинами;
- решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами);
- составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
- оценивать размеры объектов окружающего мира;
- изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;
- находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;
- вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы.

При выполнении практических и лабораторных работ студент должен **знать:**

- методы доказательств, алгоритмы решения задач;
- определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

Содержание практических занятий определено рабочей программой и тематическим планированием, соответствует теоретическому материалу изучаемых разделов учебной дисциплины.

Объём практических занятий по дисциплине определяется учебным планом по данной специальности.

Продолжительность практического занятия - 2 академических часа. Перед проведением практического занятия преподавателем организуется инструктаж, а по ее окончании – обсуждение итогов.

Комплект методических указаний по выполнению практических работ дисциплины «Математика» содержит 8 практических занятий.

**Перечень практических работ
по дисциплине «Математические методы решения прикладных
профессиональных задач»**

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1.

Тема: Операции над множествами.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2.

Тема: Решение прикладных задач методами теории множеств.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3.

Тема: Логические операции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4.

Тема: Формулы логики.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5.

Тема: Законы алгебры логики.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6.

Тема: Решение прикладных задач методами математической логики.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7.

Тема: Операции над графами.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8.

Тема: Применение графов в профессиональной сфере.

**ИНСТРУКЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

Прежде чем приступить к выполнению заданий, внимательно прочитайте данные рекомендации. Практические работы включают в себя задания следующих видов:

Решение математических задач.

Одних вопросов и советов преподавателя студенту недостаточно для обучения решению задач. Нельзя забывать, что "умение решать задачи есть искусство, приобретаемое практикой".

Вопросы и советы студенту условно можно подразделить на четыре группы. Нужно помнить что вопросы, рекомендуемые для первого этапа, окажут помощь и на втором этапе, а рекомендуемые для второго этапа - на третьем и т. п. Дело в том, что этапы решения задачи не могут быть строго изолированы один от другого, между ними существует определенная связь, в их единстве заключается процесс решения задачи.

1. Вопросы и советы для усвоения содержания задачи (1-й этап). Нельзя приступать к решению задачи, не уяснив четко, в чем заключается задание, т. е. не установив, каковы данные и искомые или посылки и заключения. **Первый совет:** не спешить начинать решать задачу. Этот совет не означает, что задачу надо решать как можно медленней. Он означает, что решению задачи должна предшествовать подготовка, заключающаяся в следующем:

- а) сначала следует ознакомиться с задачей, внимательно прочитав ее содержание. При этом схватывается общая ситуация, описанная в задаче;
- б) ознакомившись с задачей, необходимо вникнуть в ее содержание. При этом нужно следовать такому совету: выделить в задаче данные и искомые, а в задаче на доказательство - посылки и заключения.

в) Уже на первой стадии решения задачи, стадии понимания задания, полезно попытаться ответить на вопрос: "Возможно ли удовлетворить условию?" Не всегда сразу удастся ответить на этот вопрос, но иногда это можно сделать.

Отвечая на вопрос: "Возможно ли удовлетворить условию?", полезно выяснить, однозначно ли сформулирована задача, не содержит ли она избыточных или противоречивых данных. Одновременно выясняется, достаточно ли данных для решения задачи.

2. Составление плана решения задачи (2-й этап). Составление плана решения задачи является главным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Но составление плана может оказаться сложным и длительным процессом. Поэтому попробуйте ответить на вопросы которые помогут вам лучше и быстрее составить план решения задачи, "открыть" идею ее решения:

а) Известна ли вам какая-либо родственная задача? Аналогичная задача? Если такая или родственная задача известна, то составление плана решения задачи не будет затруднительным. Но далеко не всегда известна задача, родственная решаемой. В этом случае может помочь в составлении плана решения совет.

б) Подумайте, известна ли вам задача, к которой можно свести решаемую. Если такая задача известна вам, то путь составления плана решения данной задачи очевиден: свести решаемую задачу к решенной ранее. Может оказаться, что родственная задача неизвестна вам и вы не можете свести данную задачу к какой-либо известной. План же сразу составить не удастся.

Стоит воспользоваться советом: "Попытайтесь сформулировать задачу иначе". Иными словами, попытайтесь перефразировать задачу, не меняя ее математического содержания.

При переформулировании задачи пользуйтесь либо определениями данных в ней математических понятий (заменяют термины их определениями), либо их признаками (точнее сказать, достаточными условиями). Надо отметить, что способность учащегося переформулировать текст задачи является показателем понимания математического содержания задачи.

Переформулировка задачи это перевод ее на язык математики. Это, скорее, формализация задачи, "математизация" ее. К такому приему и приходится часто прибегать при решении многих задач.

Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе вопрос: "Все ли данные задачи использованы?" Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.

При составлении плана задачи иногда бывает полезно следовать совету: "Попытайтесь преобразовать искомые или данные". Часто преобразование искомого или данных способствует более быстрому составлению плана решения. При этом искомые преобразуют так, чтобы они приблизились к данным, а данные - так, чтобы они приблизились к искомым. Так, при каждом случае тождественных преобразований данные преобразуются, постепенно приближаясь к результату (искомому).

Нередко случается так, что, вы все же не можете составить план ее решения. Тогда может помочь еще один совет: "Попробуйте решить лишь часть задачи", т. е. попробуйте сначала удовлетворить лишь части условий, с тем чтобы далее искать способ удовлетворить оставшимся условиям задачи.

3. Реализация плана решения задачи (3-й этап). План указывает лишь общий контур решения задачи. При реализации плана решающий задачи рассматриваются все

детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Но при этом (решающему задачу) полезно следовать некоторым советам:

а) Проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершен правильно. Иными словами, нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.

б) При реализации плана поможет и совет: "Замените термины и символы их определениями".

в) При решении некоторых задач помогает совет: "Воспользуйтесь свойствами данных в условии объектов".

4. Анализ и проверка правильности решения задачи (4-й этап). Даже очень хорошие студенты, получив ответ и тщательно изложив ход решения, считают задачу решенной. А ведь получение результата не означает еще, что задача решена правильно. Тем более не означает, что для решения выбран лучший, наиболее удачный, изящный, если можно так выразиться, вариант.

Поэтому анализ решения задачи, проверка решения и достоверности результата должны быть этапом решения задачи. Итак, два совета: "Проверьте результат", "Проверьте ход решения". Проверка результата может производиться различными способами. Проверая правильность хода решения, мы тем самым убеждаемся и в правильности результата. Значит, надо выполнить совет: "Проверьте все узловые пункты решения", еще раз убедитесь в истинности проведенных рассуждений.

Второй способ проверки результата заключается в получении того же результата применением другого метода решения задачи, поэтому полезно всегда задавать решающему вопрос: "Нельзя ли тот же результат получить иначе?" Иными словами, стоит последовать совету: "Решите задачу другим способом". Если при решении задачи другим способом получен тот же результат, что и в первом случае, задачу можно считать решенной правильно. К тому же получение различных вариантов решения одной и той же задачи имеет важное обучающее значение.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

Тема: «Выполнение операций над множествами».

Цель: сформировать умение выполнять операции с множествами

Теоретические сведения к практической работе

Множество - одно из основным понятий математики.

Множеством называется совокупность некоторых элементов, объединенных каким-либо общим признаком. Элементами множества могут быть числа, фигуры, предметы, понятия и т.п.

Множества обозначаются прописными буквами, а элементы множества строчными буквами. Элементы множеств заключаются в фигурные скобки.

Если элемент x принадлежит множеству X , то записывают $x \in X$ (\in — принадлежит).

Если множество A является частью множества B , то записывают $A \subset B$ (\subset — содержится).

Множество может быть задано одним из двух способов: перечислением и с помощью определяющего свойства.

Два множества A и B равны ($A=B$), если они состоят из одних и тех же элементов.

Например, если $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,1,4,2\}$ то $A=B$.

Объединением (суммой) множеств A и B называется множество $A \cup B$, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств.

Например, если $A=\{1,2,4\}$, $B=\{3,4,5,6\}$, то $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$

Пересечением (произведением) множеств A и B называется множество $A \cap B$, элементы которого принадлежат как множеству A , так и множеству B .

Например, если $A=\{1,2,4\}$, $B=\{3,4,5,2\}$, то $A \cap B = \{2,4\}$

Разностью множеств A и B называется множество AB , элементы которого принадлежат множеству A , но не принадлежат множеству B .

Например, если $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5\}$, то $AB = \{1,2\}$

Симметричной разностью множеств A и B называется множество $A \Delta B$, являющееся объединением разностей множеств AB и BA , то есть $A \Delta B = (AB) \cup (BA)$.

Например, если $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5,6\}$, то $A \Delta B = \{1,2\} \cup \{5,6\} = \{1,2,5,6\}$

Свойства:

Свойства перестановочности: $A \cup B = B \cup A$

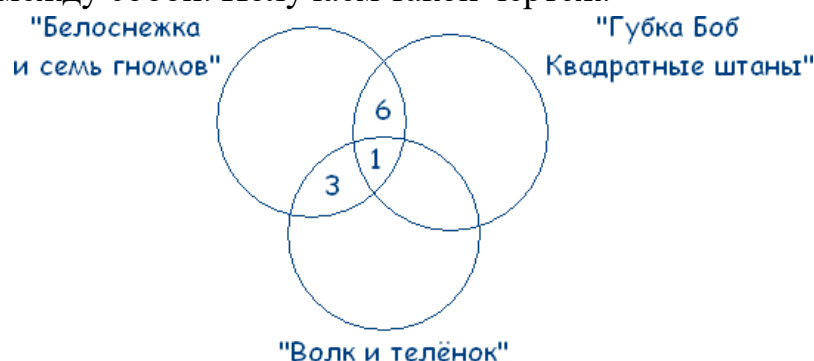
$A \cap B = B \cap A$

Сочетательное свойство: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

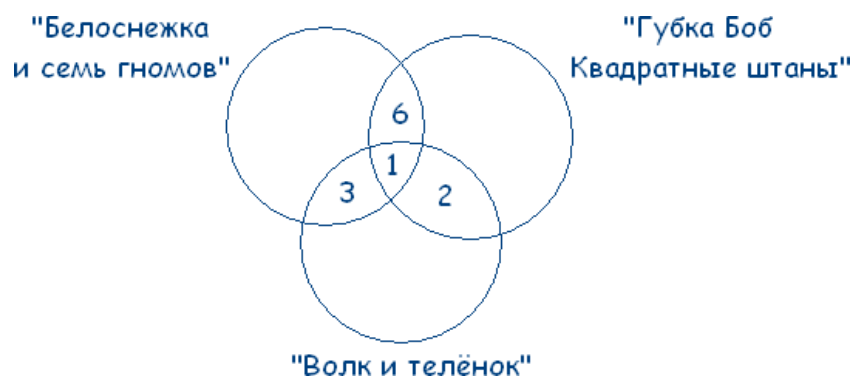
Круги Эйлера (Эйлера-Вена) — геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.

Пример: Среди школьников шестого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма: «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны», «Волк и теленок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрали 21 ученик, среди которых трое назвали еще «Волк и теленок», шестеро — «Губка Боб Квадратные Штаны», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и теленок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны»?

Решение: В этой задаче 3 множества, из условий задачи видно, что все они пересекаются между собой. Получаем такой чертеж:

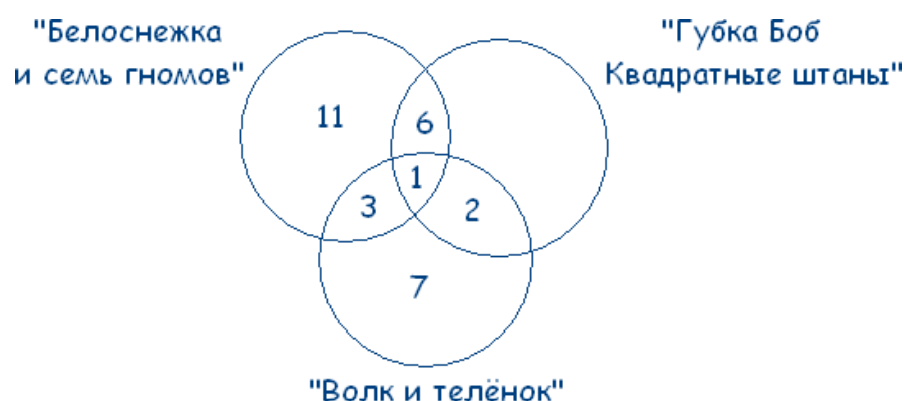


Учитывая условие, что среди ребят, которые назвали мультфильм «Волк и теленок» пятеро выбрали сразу два мультфильма, получаем:



$21 - 3 - 6 - 1 = 11$ – ребят выбрали только «Белоснежку и семь гномов». $13 - 3 - 1 - 2 = 7$ – ребят смотрят только «Волк и теленок».

Получаем:



$38 - (11 + 3 + 1 + 6 + 2 + 7) = 8$ – человек смотрят только «Губка Боб Квадратные Штаны».

Делаем вывод, что «Губка Боб Квадратные Штаны» выбрали $8 + 2 + 1 + 6 = 17$ человек.

Ответ. 17 человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны».

Содержание практической работы

Задание 1.

1) Найти множества $A \cap B$, $A \cup B$, A/B , B/A , если: а) $A = \{e, o, p, x\}$ $B = \{x, y\}$

б) $A = \{x: -3 < x < 4\}$ $B = \{x: 0 \leq x \leq 6\}$ в) $A = \{2^n + 1\}$, $B = \{n + 1\}$ $n \in \mathbb{N}$

2) Найти множества $A \cap B$, $A \cup B$, A/B , B/A , если:

а) $A = \{12, 13, 14, 15\}$ $B = \{12, 14, 16\}$ б) $A = \{x: 0 < x < 2\}$ $B = \{x: 1 \leq x \leq 4\}$

в) $A = \{3 - (n + 1)\}$, $B = \{n + 5\}$ $n \in \mathbb{N}$

Задание 2.

1) На 1 курсе учатся 200 студентов, 106 из них знают английский язык, 60 – немецкий, 92 – французский. 24 студента знают английский и немецкий языки, 36 – английский и французский, 30 немецкий и французский, 14 – все три языка.

Остальные знают только один испанский язык. Сколько студентов знают:

а) только один язык? б) испанский язык?

в) только немецкий язык?

г) знают английский и немецкий, но не знают французский?

2) На 1 курсе учатся 200 студентов, 106 из них знают английский язык, 60 – немецкий, 92 – французский. 24 студента знают английский и немецкий языки, 36 – английский и

французский, 30 – немецкий и французский, 14 – все три языка. Остальные знают только один испанский язык. Сколько студентов знают:

а) ровно два языка?

б) только французский язык?

в) знают немецкий и французский, но не знают английский? г) не знают испанский язык?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Тема: «Решение прикладных задач методами теории множеств»

Цель работы: закрепление знаний о множествах; освоение приемов выполнения операций над множествами, построения диаграмм Эйлера-Венна.

Краткие теоретические сведения

Множество – основное математическое понятие. Его смысл выражается словами *совокупность, набор и т. д. однотипных элементов, воспринимаемых как единое целое*.

Множества обозначают большими латинскими буквами.

Например, $A = \{\text{Коля, Петя, Маша, Ира}\}$, $B = \{1, 2, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$.

Все предметы, составляющие множества, называются элементами множества. Элементы множества обозначают маленькими латинскими буквами. Например, если элемент x принадлежит множеству K , то пишут $x \in K$, если элемент x не принадлежит множеству K , то пишут $x \notin K$.

Есть множество, в котором *нет ни одного элемента*. Его называют **пустым** множеством и обозначают \emptyset .

Множество может быть **конечным**, если оно *состоит из конечного числа элементов*, и **бесконечным**, если оно *содержит бесконечно много элементов*. Примером конечного множества может служить множество дней недели, примером бесконечного множества – множество натуральных чисел.

Из школьного курса вам известны примеры бесконечных числовых множеств – множеств натуральных, целых, рациональных и действительных чисел.

Множество может быть задано:

- перечислением. Например, $K = \{2, 4, 20, 40\}$;
- характеристическим свойством, т.е. свойством, характерным только для элементов этого множества. Например, $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 5\}$.

Из элементов множества $A = \{\text{Коля, Петя, Маша, Ира}\}$, например, можно составить новое множество $M = \{\text{Петя, Маша}\}$. Оно характеризуется тем, что

все элементы M принадлежат множеству A . Говорят, что M – *подмножество* множества A и пишут $M \subset A$.

Множество M является **подмножеством** множества A , если всякий элемент множества M является элементом множества A и обозначают $M \subset A$.

Например, множество всех первокурсников является подмножеством множества всех студентов.

Для любого множества A справедливо:

- 1) Само множество является своим подмножеством, т.е. $A \subset A$.
- 2) Пустое множество является подмножеством любого множества, т.е. $\emptyset \subset A$.

Пример:

Сколько можно составить подмножеств множества B ?

1. $B = \{0, 1\}$, тогда $\{0\} \subset B$, $\{1\} \subset B$, $\emptyset \subset B$, $\{0, 1\} \subset B$ – четыре.

2. $B = \{1, 2, 3\}$, тогда $\{1\} \subset B$, $\{2\} \subset B$, $\{3\} \subset B$, $\{1, 2\} \subset B$, $\{1, 3\} \subset B$, $\{2, 3\} \subset B$, $\emptyset \subset B$, $\{1, 2, 3\} \subset B$ – восемь.

Можно доказать, что если в множестве n элементов, то оно имеет 2^n подмножеств.

Множества считаются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов. А также множества A и B **равны**, если $A \subset B$ и $B \subset A$.

Пусть $A = \{2, 1, 3\}$, а $B = \{1, 2, 3\}$ тогда $A = B$.

Операции над множествами

Над множествами производятся операции: *пересечение, объединение, разность, дополнение*.

Пересечением множеств A и B называется новое множество $A \cap B$, которое состоит из всех элементов, принадлежащих одновременно множествам A и B , т.е. $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$.

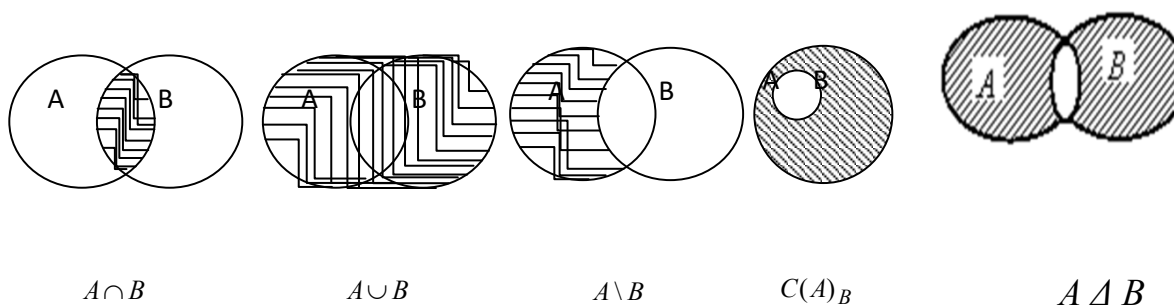
Объединением множеств A и B называется новое множество $A \cup B$, которое состоит из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств A или B , т.е. $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$.

Разностью множеств A и B называется новое множество $A \setminus B$, которое состоит из всех элементов множества A , не принадлежащих множеству B , т.е. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$.

Дополнением множества A до множества B называется новое множество $C(A)_B$, которое состоит из всех элементов из $B \setminus A$, т.е. $C(A)_B = \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$.

Симметрической разностью множеств A и B называется множество $A \Delta B$, являющееся объединением разностей множеств AB и BA , то есть $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Выполнение операций с множествами удобно иллюстрировать на кругах Эйлера.



Пример:

Пусть $X = \{a, б\}$, а $Y = \{a, в, с\}$, тогда $X \cup Y = \{a, б, в, с\}$, $X \cap Y = \{a\}$, $X \setminus Y = \{б\}$, $C(X)_Y = \{в, с\}$, $C(Y)_X = \{б\}$.

С помощью кругов Эйлера можно доказать следующие **свойства множеств**, справедливые для произвольных множеств A, B, C и D :

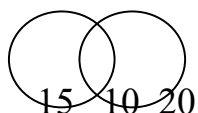
- 1) $A \cup B = B \cup A$ (коммутативность объединения);
- 2) $A \cap B = B \cap A$ (коммутативность пересечения);
- 3) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ (ассоциативность объединения);
- 4) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ (ассоциативность пересечения);
- 5) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (дистрибутивность объединения);
- 6) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (дистрибутивность пересечения);
- 7) $A \cup A = A$;

- 8) $A \cap A = A$;
- 9) $A \cup \emptyset = A$;
- 10) $A \cap \emptyset = \emptyset$;
- 11) $A \setminus B \subset A$;
- 12) $A \subset A \cup B$ и $B \subset A \cup B$;
- 13) $A \cap B \subset A$ и $A \cap B \subset B$

Пример:

В бригаде 25 человек. Среди них 20 моложе 30 лет, 15 старше 20 лет. Может ли так быть?

Решение: Может! Пусть A – множество членов бригады моложе 30 лет. B – множество членов бригады старше 20 лет. C – множество всех членов бригады. $C = A \cup B$. Так как $20+15 > 25$, то $A \cap B \neq \emptyset$.



Из рисунка видно, что $A \cap B$ составляет

$$(15+20) - 25 = 10 \text{ человек.}$$

Тогда A состоит из $15 - 10 = 5$ членов,

B состоит из $20 - 10 = 10$ членов.

Декартовым произведением множеств A и B называется новое множество $A \times B$, элементами которого являются всевозможные пары $(a;b)$, где $a \in A$ и $b \in B$, т.е. $A \times B = \{(a;b) | a \in A, b \in B\}$.

Практическая часть

Задание 1.

Задайте перечислением множества

- Множество всех гласных букв русского алфавита
- Множество цифр десятичной системы счисления
- $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 = 0\}$;
- $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 3\}$;
- $C = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 15, x = 7k, k \in \mathbb{Z}\}$.

Задание 2.

- Найдите мощность множества $F = \{10, 20 \dots 90\}$
- Найдите мощность множества цветов радуги.

в) Найдите мощность множества времени года.

Задание 3.

1. Привести пример таких множеств A , B , и C , что $A \in B$, $B \in C$ и $A \in C$.
2. Привести пример таких множеств A , B , и C , что $A \in B$, $B \in C$ и $A \notin C$.

Задание 4.

Множество B является подмножеством множества A . Чему равны множества $A \cup B$ и $A \cap B$?

Задание 5.

Найти объединение, пересечение, разность и симметрическую разность множеств A и B , если

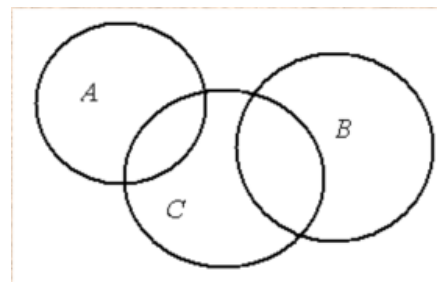
- а) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$;
- б) $A = \{а, в, д, ж, и, м, н, о\}$, $B = \{в, к, и, о, м, п, с, ф\}$;

Задание 6.

Даны следующие числовые множества: $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{2, 5, 6, 11, 12\}$, $C = \{1, 2, 3, 5, 9, 12\}$. Найти множества, которые будут получены в результате выполнения следующих операций:

- е) $(A \cup C) \Delta B$;
- ж) $(A \cap C) \setminus B$;
- з) $C \setminus B \Delta A$;
- и) $A \cap B \cap C$;

Задание 7.



На вступительном экзамене по математике были предложены три задачи: по алгебре, планиметрии и стереометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили 800, по планиметрии — 700, а по стереометрии — 600 абитуриентов. При этом задачи по алгебре и планиметрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и стереометрии — 500, по планиметрии и стереометрии — 400. Все три задачи решили 300 абитуриентов. Существуют ли абитуриенты, не решившие ни одной задачи, и если да, то сколько их?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Тема : «Логические операции»

Цель: Закрепление знаний о логических операциях, преобразование логических выражений

Теоретическая часть

Математическая логика это наука, использующая математические методы для исследования способов рассуждений (выводов); математическая теория дедуктивных способов рассуждений.

Математической логикой называют также логику, которой пользуются в математике. Математическая логика имеет своей целью выявление и систематизацию логических процессов, употребляемых в математических рассуждениях, а также разъяснение математических понятий.

Учение о высказываниях называется алгеброй высказываний и является первой из формальных логических теорий.

Под высказыванием понимают всякое утверждение, о котором имеет смысл говорить, что оно истинно или ложно.

Например, 1) Москва столица России – истинно;

2) $5 > 10$ – ложно.

Высказывания могут быть образованы с помощью слов, или каких-либо знаков (символов). Не всякое предложение является высказыванием. Про них нельзя говорить истинны или ложны эти высказывания. Не являются высказыванием и предложения, содержащие определения, призывы, вопросы.

Например, геометрической фигурой называется любое множество точек; был звонок? Высказывания будем обозначать буквами А, В, ... или X, Y, Z, ... или p, q, ..

Их значения, т.е, истину или ложь, будем обозначать И и Л, или 1 и 0. Будем рассматривать только такие высказывания, величины, принимающие значения

И и Л. Из данных высказываний при помощи логических связок можно образовать новые высказывания, более сложные. Такими связками являются “не”, “и”, “или”, “если ... , то”.

Определение 1. Отрицание.

Каждому высказыванию X можно сопоставить утверждение, заключающееся в том, что X ложно. Обозначается \bar{X} .

Если X – истинно, то \bar{X} – ложно или если X – ложно, то \bar{X} – истинно.

Например, $2 > 3$ – ложно, то $2 \leq 3$ – истинно;

$2+3=5$ – истинно, то $2+3 \neq 5$ – ложно.

Пусть 0 – означает ложно, а 1 – истинно.

Тогда можно составить таблицу истинности:

X	\bar{X}
1	0
0	1

Определение 2. Высказывания, составленные из данных высказываний X и Y при помощи слова “И” называют произведением (конъюнкцией) высказываний и обозначают $X \cdot Y$ или $X \wedge Y$ или $X \& Y$. Конъюнкция $X \wedge Y$ истинна в том и только в том случае, когда высказывания X и Y истинны.

Например, $x: 2 < 3$ и $y: 3 < 4$, то $X \wedge Y: 2 < 3 < 4$.

Высказывание $X \wedge Y$ в данном случае истинно, т.к. истинны оба высказывания X и Y .

Двойное неравенство $3 < 4 < 2$ – ложно, т.к. $3 < 4$ – истинно, то $4 < 2$ – ложно.

Таблица истинности конъюнкции:

X	Y	$X \wedge Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Определение 3. Высказывания, составленные из данных высказываний X и Y при помощи слова “или”, называют суммой (дизъюнкцией) высказываний и обозначают $X+Y$ или $X \vee Y$.

Сумма высказываний истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из данных высказываний.

Например, X : завтра первая пара сопромат и Y : завтра первая пара математика. Тогда $X \vee Y$: завтра первая пара сопромат или математика истинно, если действительно завтра будет первой парой сопромат или математика.

Таблица истинности:

X	Y	$X \vee Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Определение 4. Высказывания составленные из данных высказываний X и Y при помощи слова “если ..., то”, называют импликацией и обозначают $X \rightarrow Y$. Высказывание X – условие (посылка), Y – заключение (следствие). Импликация $X \rightarrow Y$ считается ложным высказыванием только в том случае, когда условие (высказывание X) истинно, а заключение (высказывание Y) ложно.

Например, если число 24 делится на 2 и 3, то оно делится на 7 ложно. Если X – условие не верно, то $X \rightarrow Y$ истинно, т.к. из не верного условия вытекает все, что угодно.

Пример: Если $2 > 3$, то $5 > 6$ – истинно.

Таблица истинности:

X	Y	$X \rightarrow Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Если посылка X и импликация $X \rightarrow Y$ истинны, то истинно и заключение Y . В этом случае пишут $X \Rightarrow Y$ и говорят, что из X следует Y .

Определение 5. $X \sim Y$ есть высказывание, истинное тогда и только тогда, когда X и Y оба истинны или оба ложны. Это высказывание называется эквивалентностью (X эквивалентно Y).

Таблица истинности:

X	Y	$X \sim Y$
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	1

1) $X \sim Y = (X \wedge Y) \vee (\bar{X} \wedge \bar{Y})$;

2) $X \sim Y = (X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow X)$.

Алгоритм построения таблиц истинности для сложных выражений:

1. Определить количество строк:

$$\text{количество строк} = 2^n + \text{строка для заголовка},$$

n - количество простых высказываний.

2. Определить количество столбцов:

$$\text{количество столбцов} = \text{количество переменных} + \text{количество логических операций};$$

- определить количество переменных (простых выражений);
- определить количество логических операций и последовательность их выполнения.

3. Заполнить столбцы результатами выполнения логических операций в обозначенной последовательности с учетом таблиц истинности основных логических операций.

Пример: Составить таблицу истинности логического выражения:

$$D = \neg A \& (B \sqcup C).$$

Решение: □

1. Определить количество строк:

на входе три простых высказывания: A, B, C поэтому $n=3$ и количество строк $= 2^3 + 1 = 9$.

2. Определить количество столбцов:

- простые выражения (переменные): A, B, C ;
- промежуточные результаты (логические операции):

$\neg A$ - инверсия (обозначим через E);

$B \sqcup C$ - операция дизъюнкции (обозначим через F);

а также искомое окончательное значение арифметического выражения:

$$D = \neg A \& (B \sqcup C). \text{ т.е. } D = E \& F - \text{ это операция конъюнкции.}$$

3. Заполнить столбцы с учетом таблиц истинности логических операций.

A	B	C	E	F	E & F
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1

0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

Определение 6. Две формулы равносильны, если при любых значениях переменных, входящих в эти формулы, они принимают одинаковые значения.

Некоторые свойства равносильности:

$\overline{\overline{X}}$ равносильно X ;

$X \wedge X$ равносильно X ;

$X \vee X$ равносильно X ;

$(X \wedge \overline{X}) \vee Y$ равносильно Y ;

$X \vee \overline{X}$ равносильно $Y \vee \overline{Y}$.

$X \vee \overline{X}$ истинно, $X \wedge \overline{X}$ ложно.

Пример: Доказать равносильность $x \sim y = (\overline{x} \wedge \overline{y}) \vee (x \wedge y)$.

Решение:

$$\begin{aligned}
 x \sim y &= (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x) = (\overline{x} \vee y) \wedge (\overline{y} \vee x) = (\overline{x} \wedge \overline{y}) \vee (\overline{x} \wedge x) \vee (y \wedge \overline{y}) \vee (y \wedge x) = \\
 &= (\overline{x} \wedge \overline{y}) \vee (y \wedge x).
 \end{aligned}$$

Практическая часть

1. Определите значения истинности следующих высказываний:

- Санкт-Петербург расположен на Неве и $2 + 3 = 5$;
- 7 — простое число и 9 — простое число;
- 7 — простое число или 9 — простое число;
- Число 2 четное или это число простое;
- $2-2 = 4$ или белые медведи живут в Африке;
- $2-2 = 4$, и $2-2 < 5$, и $2-2 > 4$;
- 2 — рациональное число или -5 — иррациональное число;
- Фобос и Луна — спутники Марса;

к) $3*3 = 9$ и $4 + 7 = 11$.

2. Пусть через А обозначено высказывание «Этот треугольник равнобедренный», а через В — высказывание «Этот треугольник равносторонний». Прочитайте следующие высказывания:

1) $(A \wedge \neg B) \rightarrow \neg \neg A$

3. Следующее составное высказывание расчлените на простые и запишите символически, введя буквенные обозначения для простых их составляющих:

1) Если в треугольнике любая его медиана не является высотой и биссектрисой, то этот треугольник не равнобедренный и не равносторонний.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

Тема: «Формулы логики»

Цель : Закрепление знаний о работе с формулами логики и логическими высказываниями

1. Являются ли формулы эквивалентными?.

1) $f(x,y,z) = ((z \mid x) \& (z \rightarrow y)) \oplus ((z \vee x) \rightarrow (z \vee y))$ и

$g(x,y,z) = ((x \mid y) \mid (y \rightarrow z)) \& ((z \oplus x) \& (z \leftrightarrow y))$

2) $f(x,y,z) = ((x \oplus y) \leftrightarrow (y \leftrightarrow z)) \oplus ((z \rightarrow x) \mid (z \& y))$ и

$g(x,y,z) = ((x \rightarrow z) \& (y \vee x)) \leftrightarrow ((y \& x) \rightarrow (x \mid z))$

2. Являются ли данные формулы тавтологией?

1) $(X \Rightarrow Y) \Leftrightarrow (\neg X \vee Y)$

2) $(X \Rightarrow Y) \& (Y \Rightarrow X) \Leftrightarrow (X \Leftrightarrow Y)$

3. Переведите на язык логических выражений следующие высказывания:

1) «Я поеду в Москву, и если встречу там друзей, то мы интересно проведем время».

2) «Если будет солнечная погода, то ребята пойдут в лес, а если будет пасмурная погода, то ребята пойдут в кино».

3) «Неверно, что если дует ветер, то солнце светит только тогда, когда нет дождя».

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

Тема: «Законы алгебры логики логики»

Цель : Закрепление формул алгебры логики, упрощение логических выражений

Теория. Свойства логических операций Порядок выполнения логических операций

1. ()
2. инверсия (отрицание) \overline{A} ($\overline{0} = 1, \overline{1} = 0$)
3. конъюнкция(логическое умножение) ($1 \wedge 1 = 1$, в остальных случаях=0)
4. а) дизъюнкция (логическое сложение) ($0 \vee 0 = 0$, в остальных случаях=1)

б) неравнозначность (либо... либо) ($0 \otimes 1 = 1, 1 \otimes 0 = 1$ в остальных случаях=0)
5. а) импликация (если...., то), ($1 \rightarrow 0 = 0$, в остальных случаях=1)

б) эквивалентность (тогда и только тогда)
($1 \leftrightarrow 1 = 1, 0 \leftrightarrow 0 = 1$ в остальных случаях=0)

Основные законы логики

1. Закон тождества	$A=A$
2. Вторая форма закона не противоречия	$A \wedge \overline{A} = 0$
3. Закон исключения третьего	$A \vee \overline{A} = 1$
4. Закон двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$
5. Вытекает из 2 закона	$\overline{A \wedge \overline{A}} = 1$
6. Свойства констант	
$\overline{0} = 1$	$\overline{1} = 0$

$A \vee 0 = A$	$A \wedge 1 = A$
$A \vee 1 = 1$	$A \wedge 0 = 0$
7. Закон идемпотентности	
$A \vee A = A$	$A \wedge A = A$
8. Закон коммутативности (переместительный закон)	
$A \vee B = B \vee A$	$A \wedge B = B \wedge A$
9. Законы ассоциативности (сочетательный закон)	
$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$	$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$
10. Закон дистрибутивности (распределительный закон)	
$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
11. Законы поглощения	
$A \vee (A \wedge B) = A$	$A \wedge (A \vee B) = A$
$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$	$A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$
12. Законы де Моргана	
$\overline{A \vee B} = (\bar{A} \wedge \bar{B})$	$\overline{A \wedge B} = (\bar{A} \vee \bar{B})$
13. Правила замены операции импликации	
$A \rightarrow B = (\bar{A} \vee B)$	
14. Правила замены операции эквивалентности	
$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$	
15. Формула склеивания	
$(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$
16. Правила замены операции неравнозначности	
$A \otimes B = \overline{A \leftrightarrow B} = \overline{(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})}$	

- **ПРИМЕРЫ УПРОЩЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ**
(списать, подписывая номера законов, разобраться в решении)

Упрощение логических выражений

Закон 11 (поглощения)

$a \vee (a \wedge b) = a$	$a \wedge (a \vee b) = a$
---------------------------	---------------------------

Примеры

$$\bar{a} \vee (\bar{a} \wedge b) = \bar{a}$$

$$(a \vee c) \wedge c = c$$

$$(\bar{a} \wedge b) \vee b = b$$

$$\bar{a} \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) = \bar{a}$$

$a \vee (\bar{a} \wedge b) = a \vee b$	$a \wedge (\bar{a} \vee b) = a \wedge b$
--	--

Примеры

$$\bar{a} \vee (a \wedge b) = \bar{a} \vee b$$

$$(\bar{a} \vee c) \wedge \bar{c} = \bar{c} \wedge \bar{a}$$

$$(\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee b = b \vee \bar{a}$$

$$a \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) = a \wedge \bar{b}$$

Все свойства доказываются через таблицу истинности. Все законы используются для доказательства других формул и тождественных преобразований.

Пример: Упростить выражение

a) $f(a,b) = \overline{a \rightarrow b} \rightarrow \bar{b} = \overline{\bar{a} \vee b} \rightarrow \bar{b} = \overline{\bar{a} \vee b \vee \bar{b}} = (\bar{a} \vee b) \vee \bar{b} = (\bar{a} \vee (b \vee \bar{b})) = (\bar{a} \vee 1) = 1$
b) $f(a,b) = \overline{a \vee \bar{b} \wedge b \wedge (a \rightarrow b)} = \overline{a \vee 0 \wedge (a \rightarrow b)} = \bar{a} \wedge (\bar{a} \vee b) = \bar{a}$
c) $f(a,b) = a \wedge b \leftrightarrow \bar{a} = ((a \wedge b) \wedge \bar{a}) \vee ((\bar{a} \wedge b) \wedge a) = ((a \wedge \bar{a}) \wedge b) \vee ((\bar{a} \wedge b) \wedge a) = (0 \wedge b) \vee (\bar{b} \wedge a) =$ $= 0 \vee (\bar{b} \wedge a) = \bar{b} \wedge a$
d) $f(a,b) = a \wedge \bar{\bar{b} \rightarrow a \vee \bar{b}} = a \wedge \bar{\bar{b} \vee (a \vee \bar{b})} = a \wedge \overline{(b \vee \bar{b}) \vee a} = a \wedge \overline{1 \vee a} = a \wedge \bar{1} = a \wedge 0 = 0$
e) $f(a,b) = \overline{\bar{a} \rightarrow \bar{b} \vee \bar{b} \wedge a} = \overline{\bar{a} \vee \bar{b} \vee (\bar{b} \vee \bar{a})} = \overline{a \vee \bar{b} \vee (b \vee \bar{a})} = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (b \vee \bar{a}) = (\bar{a} \wedge b) \vee (b \vee \bar{a}) =$ $= ((\bar{a} \wedge b) \vee b) \vee \bar{a} = b \vee \bar{a}$

f)

$$\begin{aligned} f(a,b) &= a \wedge \overline{(b \vee \bar{c})} \rightarrow a = a \wedge (\bar{b} \wedge \bar{\bar{c}}) \rightarrow a = (a \wedge \bar{b} \wedge c) \rightarrow a = \overline{(a \wedge \bar{b} \wedge c)} \vee a = (\bar{a} \vee \bar{\bar{b}} \vee \bar{c}) \vee a = \\ &= (\bar{a} \vee b \vee \bar{c} \vee a) = ((\bar{a} \vee a) \vee b \vee \bar{c}) = 1 \vee (b \vee \bar{c}) = 1 \end{aligned}$$

Пример: Доказать, что $X \rightarrow Y = \bar{Y} \rightarrow \bar{X}$.

Решение: $X \rightarrow Y = \bar{X} \vee Y = Y \vee \bar{X} = \bar{\bar{Y}} \vee \bar{X} = \bar{Y} \rightarrow \bar{X}$.

Применение алгебры высказываний:

Пример (Логическая задача):

На вопрос, кто из трех студентов изучал логику, был получен правильный ответ: если изучал первый, то изучал и второй, но не верно, что если изучал третий, то изучал и второй. Кто из студентов изучал логику?

Решение: Обозначим через X_1, X_2, X_3 – высказывания, состоящие в том, что I, II, III студенты изучали логику. Из задачи следует истинность высказывания:

$$\begin{aligned} S &= (X_1 \rightarrow X_2) \wedge (\bar{X}_3 \rightarrow \bar{X}_2) = (\bar{X}_1 \vee X_2) \wedge (\bar{\bar{X}_3} \vee \bar{X}_2) = (\bar{X}_1 \vee X_2) \wedge (\bar{X}_3 \wedge \bar{X}_2) = \\ &= (\bar{X}_1 \vee X_2) \wedge (X_3 \wedge \bar{X}_2) = (\bar{X}_1 \wedge X_3 \wedge \bar{X}_2) \vee (X_2 \wedge X_3 \wedge \bar{X}_2) = \bar{X}_1 \wedge X_3 \wedge \bar{X}_2, \end{aligned}$$

т.к. $X_2 \wedge \bar{X}_2$ - ложно. Значит, $\bar{X}_1 \wedge X_3 \wedge \bar{X}_2$ - ложно.

Из истинности S вытекает истинность $\bar{X}_1 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_2$ отсюда вытекает, что логику изучал третий студент, а первый и второй не изучали.

Практическая работа

1. Доказать эквивалентность с помощью равносильных преобразований

a) $(A(A \vee C)(B \vee C)) \sim (AB \vee AC)$;

b) $((A \vee B) \wedge (B \vee C) \wedge (C \vee D)) \sim (AC \vee BC \vee BD)$;

c) $((AB \vee C) \wedge (AC \vee B) \wedge (BC \vee A)) \sim (AB \vee AC \vee BC)$;

d) $((A \vee B \vee C) \wedge (B \vee C \vee D) \wedge (C \vee D \vee A)) \sim (AB \vee AD \vee BD \vee C)$

2. По телевизору синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:

1. Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.

2. Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.
 3. Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.
- Так какая же погода будет завтра?

Решить задачу средствами алгебры логики.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Тема: «Решение прикладных задач методами математической логики»

1. Виктор, Роман, Леонид и Сергей заняли на олимпиаде по информатике четыре первых места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:
 - Сергей — первый, Роман — второй;
 - Сергей — второй, Виктор — третий;
 - Леонид — второй, Виктор — четвертый.

Известно, что в каждом ответе только одно утверждение истинно. Как распределились места?

2. На деловой встрече были писатель, химик, биолог и врач. Их звали (по алфавиту): Анна, Дмитрий, Екатерина и Стас. Дмитрий сказал биологу, что только что встретил Екатерину с пончиками. Анна сидела напротив врача и рядом с химиком. Врач про себя размышлял о том, что Стас - глупое имя. Назовите специальность каждого.

3. На парту Оли упал бумажный самолет с нарисованными красными сердечками. Оля развернула его и прочитала: "Ты - лучшая девочка в классе!" Она повернулась в сидящим за ней ребятам: Ивану, Сергею, Алексею.

- Кто из вас делает мне такие комплименты? - спросила Оля.

- Это Сергей! - сказал Иван.

- Я ничего такого не делал! - сказал Сергей.

- Не имею никакого отношения к этому самолётику! - сказал Алексей.

Подруга Оли Маша ухмыльнулась: "Двое из них лгут!" Однако она не хочет больше ничего говорить.

Кто является тайным поклонником Оли?

4. В городе живут друзья: Иванов, Петренко, Сидорчук, Гришин, Капустин. ИХ ПРОФЕССИИ: маляр, мельник, плотник, почтальон, парикмахер.

ИЗВЕСТНО ЧТО:

- Петренко и Гришин никогда не держали в руках малярной кисти;

- Иванов и Гришин давно собираются посетить мельницу, на которой работает их товарищ;
- Петренко и Капустин живут в одном доме с почтальоном;
- Сидорчук был свидетелем свадьбы, когда Петренко и дочь парикмахера поженились.
- Иванов и Петренко каждое воскресенье играют в городки с маляром и плотником;
- Гришин и Капустин по субботам встречаются в парикмахерской, где работает их друг, а почтальон предпочитает бриться сам.

КТО ЕСТЬ КТО?

5. В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. Где находится квас?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

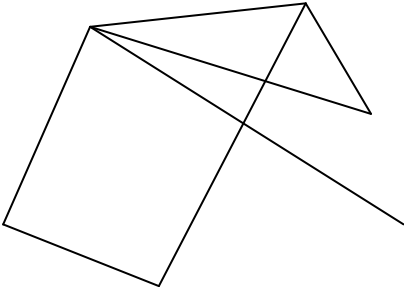
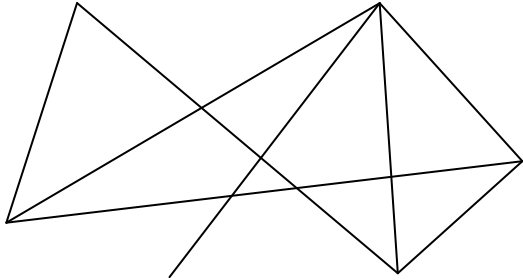
Тема: «Операции над графами»

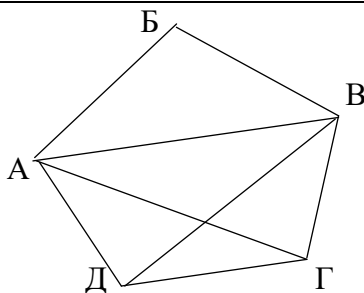
Цель: задание графа, вычисление степеней вершин.

Оборудование: справочные пособия.

Содержание работы

	1 вариант	2 вариант
Часть А		
1	Точки графа называются... а) рёбрами графа; б) пунктами графа; в) вершинами графа г) узлами графа.	Граф - это... а) множество точек, две из которых обязательно соединяются линиями; б) множество точек, которые никогда не соединяются линиями; в) только две точки, которые соединяются линиями; г) множество точек, которые могут соединяться линиями.
2	Линии, которые связывают вершины, называются... а) сторонами графа; б) вершинами графа; в) рёбрами графа; г) отрезками.	Какого элемента нет в графах? а) ребра; б) вершины; в) высоты; г) все элементы присутствуют.
3	Как называется направленная линия (со стрелкой)? а) дуга; б) ребро; в) вершина.	Как называется ненаправленная линия (без стрелки)? а) дуга; б) ребро; в) вершина.
4	Изобразите графически полный ориентированный граф на 6 вершинах.	Изобразите графически полный ориентированный граф на 4 вершинах.
5	Изобразите графически неполный ориентированный граф на 4 вершинах.	Изобразите графически неполный ориентированный граф на 6 вершинах.
6	Сколько рёбер имеет полный граф с пятью вершинами?	Сколько рёбер имеет полный граф с шестью вершинами?
7	Изобразите с помощью графа договорные отношения между предприятиями А, Б, В, Г, Д, Е, если к рассматриваемому моменту:	Изобразите с помощью графа договорные отношения между предприятиями А, Б, В, Г, Д, Е, если к

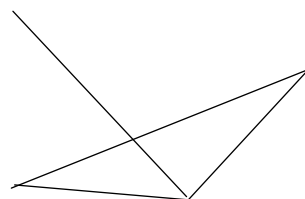
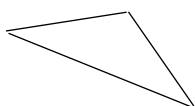
	<p>1) предприятие А установило договорные отношения со всеми другими предприятиями;</p> <p>2) Б установило с Г и Д;</p> <p>3) В установило со всеми предприятиями, кроме предприятия Е.</p> <p>Сколько вершин и сколько ребер имеет полученный граф?</p>	<p>рассматриваемому моменту:</p> <p>1) предприятие В установило договорные отношения со всеми другими предприятиями;</p> <p>2) А установило с Г и Д;</p> <p>3) Б установило со всеми предприятиями, кроме предприятия Д.</p> <p>Сколько вершин и сколько ребер имеет полученный граф?</p>																																			
	а) 5 вершин ,10 рёбер ; б) 6 вершин ,11 рёбер ; в) 6 вершин , 10 рёбер ; г) 5 вершин ,12 рёбер.																																				
8	<p>В соревнованиях по футболу участвуют 6 команд. Каждую из команд обозначили А,В, С, D, E, F.Определите по графу, какие из команд уже сыграли друг с другом. Сколько матчей сыграла каждая команда?</p>																																				
																																					
	<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td><td>F</td></tr><tr><td>а</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>б</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>в</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>г</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>		A	B	C	D	E	F	а	3	2	2	4	2	1	б	3	4	2	2	1	2	в	4	3	2	1	2	2	г	2	4	3	3	1	3	
	A	B	C	D	E	F																															
а	3	2	2	4	2	1																															
б	3	4	2	2	1	2																															
в	4	3	2	1	2	2																															
г	2	4	3	3	1	3																															
9	<p>Определите вид графа:</p>																																				
	а) неграф ; б) мультиграф ; в) псевдограф ; г) оргграф .																																				
10	<p>На рисунке изображен :</p>																																				
	а) полный граф; б) неполный граф; в) граф типа «дерево» ; г) нулевой.																																				
11	<p>Вершина графа нулевой степени называется:</p>	<p>Вершина графа первой степени называется:</p>																																			
	а) висячей ;б) доминирующей ;в) изолированной.																																				
12	<p>Какие из указанных в графе на рисунке маршрутов являются путем?</p>																																				



а) АВГВБ; б) АВГВ; в) АВДАГ ; г) АБВ.

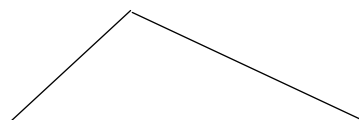
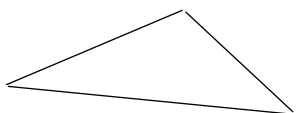
а) АВГВБ; б) АВГВ; в) АВДАГ ; г) АБВ.

13 Сколько ребер нужно провести чтобы достроить граф, изображенный на рисунке до полного?



а) 3 ; б) 4 ; в) 5 ; г) 6 .

14 Дан граф:



Степень вершины 1 равна: а) 3; б) 4; в) 5; г) 6;

15 По матрицам смежности определить какие из неографов являются полными:

	1	2	3	4
0	1	0	1	1
1	1	1	1	0
0	1	0	1	1
1	1	1	1	1

	1	2	3	4
1	1	1	1	0
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1

а) 1,2 ;б) 3 ;в) 3 ,4 ; г) 4.

16 В таблицах приведена стоимость перевозки грузов между соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то соответствующие станции не являются соседними. Укажите номер таблицы, для которой выполняется условие «Максимальная стоимость перевозки грузов от пункта В до пункта D не больше 6»

	A	B	C	D
A		2		2
B	2		4	3
C		4		4
D	2	3	4	

1

	A	B	C	D
A		2	1	1
B	2		4	
C	1	4		1
D	1		1	

2

	A	B	C	D
A		1	3	6
B	1		2	4
C	3	2		
D	6	4		

3

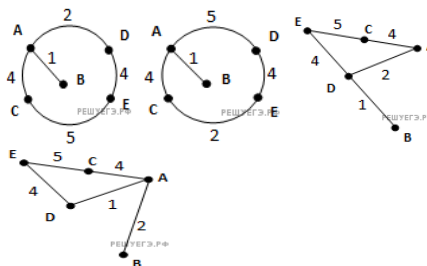
	A	B	C	D
A		3	2	1
B	3		2	
C	2	2		4
D	1		4	

4

а) 3;б) 1,3;в) 1,2,4; г) 2.

В таблице приведена стоимость перевозки пассажиров между соседними населенными пунктами. Укажите схему, соответствующую таблице.

	A	B	C	D	E
A		2	4	1	
B	2				
C	4				5
D	1				4
E		5	4		



а) 1;б) 1,3;в) 1,2,4; г) 4.

17

Путешественник оказался в аэропорту ОСТРОВ в полночь (0:00).
Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт СИНЕЕ.

Аэропорт вылета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время прилета
НОВАБЬ	СИНЕЕ	07:30	09:50
ОСТРОВ	НОВАБЬ	08:15	10:35
СИНЕЕ	ЕЛКИНО	11:35	13:25
НОВАБЬ	ЕЛКИНО	11:40	13:10
СИНЕЕ	НОВАБЬ	12:20	14:30
НОВАБЬ	ОСТРОВ	12:30	14:30
ОСТРОВ	СИНЕЕ	13:10	16:20
ЕЛКИНО	СИНЕЕ	14:20	16:10
ЕЛКИНО	НОВАБЬ	17:40	19:10
СИНЕЕ	ОСТРОВ	18:10	21:20

В одной сказочной стране всего 5 городов, которые соединены между собой непересекающимися магистралями. Расход топлива для каждого отрезка и цены на топливо приведены в таблице:

Город А	Город Б	Расход топлива (л)	Цена 1 л топлива в городе А (у.е.)
АИСТОВО	БЫКОВО	6	10
АИСТОВО	ЦАПЛИНО	7	10
АИСТОВО	ДРОНТОВО	8	10
БЫКОВО	ЦАПЛИНО	10	2
БЫКОВО	ЕНОТОВО	16	2
ЦАПЛИНО	БЫКОВО	15	2
ЦАПЛИНО	ДРОНТОВО	10	2
ДРОНТОВО	ЕНОТОВО	1	10

Проезд по магистралям возможен в обоих направлениях, однако в стране действует закон: выезжая из города А, путешественник обязан на весь ближайший отрезок до города Б закупить топливо по ценам, установленным в городе А. Определите самый дешевый маршрут из АИСТОВО в ЕНОТОВО.

а) 11:35;б) 16:10 ;в) 16:20; г) 9:50.

а) АИСТОВО - ЦАПЛИНО - БЫКОВО – ЕНОТОВО; б) АИСТОВО - ДРОНТОВО – ЕНОТОВО; в) АИСТОВО - ЦАПЛИНО - ДРОНТОВО – ЕНОТОВО; г) АИСТОВО - БЫКОВО – ЕНОТОВО.

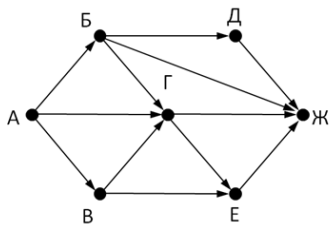
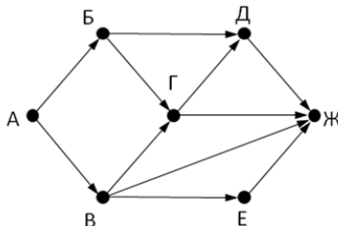
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

Тема: «Применение графов в профессиональной сфере»

Цель: задание графа, вычисление степеней вершин.

Оборудование: справочные пособия.

Содержание работы

	1 вариант	2 вариант
Часть Б		
18	<p>Среди семи стран установлены экономические отношения, причем каждая страна имеет экономические договоры с каждой другой страной. Изобразите в виде графа результат установленных экономических отношений. Сколько вершин и ребер имеет полученный граф?</p>	<p>Среди шести стран установлены экономические отношения, причем каждая страна имеет экономические договоры с каждой другой страной. Изобразите в виде графа результат установленных экономических отношений. Сколько вершин и ребер имеет полученный граф?</p>
19	<p>На рисунке - схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?</p> 	

20	Между населёнными пунктами А, В, С, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. (Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет).																																																																																						
Определите длину кратчайшего маршрута из А в F.		Определите длину кратчайшего маршрута из А в В.																																																																																					
<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td><td>F</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td>2</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>B</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td>4</td><td>1</td><td></td><td>3</td><td>4</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>E</td><td></td><td>7</td><td>4</td><td>3</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr></table>			A	B	C	D	E	F	A		2	4				B	2		1		7		C	4	1		3	4		D			3		3		E		7	4	3		2	F					2		<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>B</td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>C</td><td></td><td>4</td><td></td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>D</td><td>1</td><td></td><td>4</td><td></td><td></td></tr><tr><td>E</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td></tr></table>		A	B	C	D	E	A				1		B			4		1	C		4		4	2	D	1		4			E		1	2		
	A	B	C	D	E	F																																																																																	
A		2	4																																																																																				
B	2		1		7																																																																																		
C	4	1		3	4																																																																																		
D			3		3																																																																																		
E		7	4	3		2																																																																																	
F					2																																																																																		
	A	B	C	D	E																																																																																		
A				1																																																																																			
B			4		1																																																																																		
C		4		4	2																																																																																		
D	1		4																																																																																				
E		1	2																																																																																				
21	На рисунке приведена весовая матрица графа. Определите, сколько рёбер имеет такой граф.																																																																																						
<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>6</td></tr><tr><td>B</td><td>5</td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>E</td><td>6</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table>			A	B	C	D	E	A		5	2		6	B	5			5		C	2			2		D		5	2		3	E	6			3		<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td>6</td></tr><tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>C</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td>8</td></tr><tr><td>D</td><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>E</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>3</td><td></td></tr></table>		A	B	C	D	E	A			2		6	B				5	7	C	2			2	8	D		5	2		3	E	6	7	8	3														
	A	B	C	D	E																																																																																		
A		5	2		6																																																																																		
B	5			5																																																																																			
C	2			2																																																																																			
D		5	2		3																																																																																		
E	6			3																																																																																			
	A	B	C	D	E																																																																																		
A			2		6																																																																																		
B				5	7																																																																																		
C	2			2	8																																																																																		
D		5	2		3																																																																																		
E	6	7	8	3																																																																																			
22	На рисунке приведена весовая матрица графа, в которой веса обозначают расстояния между соседними пунктами.																																																																																						
Определите длину маршрута C-A-E-D-B.		Определите длину маршрута E-D-C-A.																																																																																					
<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td>6</td></tr><tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>E</td><td>6</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table>			A	B	C	D	E	A			2		6	B				5		C	2			2		D		5	2		3	E	6			3		<table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td></tr><tr><td>A</td><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>6</td></tr><tr><td>B</td><td>5</td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>C</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>D</td><td></td><td>5</td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>E</td><td>6</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table>		A	B	C	D	E	A		5	2		6	B	5			5		C	2			2		D		5	2		3	E	6			3														
	A	B	C	D	E																																																																																		
A			2		6																																																																																		
B				5																																																																																			
C	2			2																																																																																			
D		5	2		3																																																																																		
E	6			3																																																																																			
	A	B	C	D	E																																																																																		
A		5	2		6																																																																																		
B	5			5																																																																																			
C	2			2																																																																																			
D		5	2		3																																																																																		
E	6			3																																																																																			
23	Найти кратчайший путь от вершины 1 к вершине 5 графа, представленного на рисунке:	В графе G, показанном на рис. удалить дугу (x ₃ ,x ₂). Результат представлен в матричном виде:																																																																																					
		<table><tr><td>а)</td><td>б)</td><td>в)</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	а)	б)	в)	1	1	1	1	1	1	1	1	1																																																																									
а)	б)	в)																																																																																					
1	1	1																																																																																					
1	1	1																																																																																					
1	1	1																																																																																					
24	Изобразите графически: орграф G(V,E) V={1,2,3,4,5}, E={(1,2),(4,3),(3,5),(5,1),(4,1)}.	Изобразите графически: орграф G(V,E) V={1,2,3,4,5}, E={(1,3),(2,3),(1,5),(2,4),(1,2)}.																																																																																					
25	Изобразите графически: неограф G(V,E) V = {1; 2; 3; 4; 5; 6} E = {(1; 2); (1; 5); (2; 3); (3; 1); (3; 4); (4; 2); (4; 5); (4; 6); (5; 3)}.	Изобразите графически: неограф V = {1; 2; 3; 4; 5; 6} E = {(1; 2); (1; 3); (2; 3); (3; 1); (3; 6); (4; 2); (4; 5); (4; 6); (5; 1)}.																																																																																					
26	Задать неограф, представленный множеством вершин и ребер, графически и матрицами, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вершин.																																																																																						
V = {1; 2; 3; 4; 5; 6}; E = {a; b; c; d; e} E = {(1; 3); (1; 4); (1; 6); (2; 3);(4; 5)}		V = {1; 2; 3; 4; 5; 6}; E = {a; b; c; d; e} E = {(1; 5); (2; 4); (2; 5); (3; 4);(5; 6)}																																																																																					

27	Задать граф, представленный матрицей инцидентности, алгебраически, графически и матрицей смежности, преобразовать граф в плоский, вычислить степени его вершин.														
		a	b	c	d	e	f			a	b	c	d	e	f
	1	1	0	0	-1	0	0			1	-1	0	0	0	-1
	2	-1	1	1	0	0	0			2	0	1	-1	0	0
	3	0	-1	0	0	0	1			3	-1	0	1	1	0
	4	0	0	-1	0	0	-1			4	0	0	0	-1	-1
	5	0	0	0	1	-1	0			5	0	0	0	0	1
	6	0	0	0	0	1	0			6	0	0	0	0	1

Информационное обеспечение обучения

Печатные и электронные издания

Основные учебные издания

1. Григорьев В.П. Математика: учебное издание / Григорьев В.П., Сабурова Т.Н. - Москва : Академия, 2024. - 368 с. (Специальности среднего профессионального образования). - URL: <https://academia-library.ru> - Текст : электронный

2. Канцедал, С. А. Дискретная математика : учебное пособие / С. А. Канцедал. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2024. — 222 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0719-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1843569>

3. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для среднего профессионального образования / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 130 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10083-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490334>.

Интернет ресурсы:

1. www.fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

2. www.school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).

Электронно-библиотечная система:

3. ЭБС «Znanium»

4. ЭБС «PROОбразование»

5. ЭБС «Book.ru»