

На правах рукописи



Мозгилин Александр Владимирович

**СВЯЗАННЫЕ ЗАДАЧИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ БАЛОК И ПЛАСТИН ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Саратов 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Шляхов Станислав Михайлович

Официальные оппоненты Алиев Мехрали Мирзали оглы,
доктор технических наук, профессор,
ГБОУ ВПО «Альметьевский государственный
нефтяной институт», заведующий кафедрой
«Транспорт и хранение нефти и газа»

Белосточный Григорий Николаевич,
доктор технических наук, профессор,
ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского»,
профессор кафедры «Математическая теория
упругости и биомеханика»

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Казанский национальный
исследовательский технологический университет»

Защита состоится 24 февраля 2015 г. в 15-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.242.06 при ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.» по адресу: 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77, корп.1, ауд.319.

С диссертацией можно ознакомиться в научно технической библиотеке ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.» и на сайте www.sstu.ru

Автореферат разослан «22» Декабря 2014 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Попов Виктор Сергеевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В настоящее время в различных отраслях промышленности все чаще используются материалы пористой структуры. В энергетике – это изделия полученные методом порошковой металлургии; в строительстве пенобетон, пенопласт и другие материалы; в аэрокосмическом производстве – элементы конструкций работающих при пористом охлаждении. Последнее время получил большое распространение пеноалюминий – это ударопоглощающие вставки, кузова, картеры, крышки и т.п. Пористые материалы обладают рядом специфических свойств: пониженной теплопроводностью, повышенной звукоизоляцией, высокой удельной прочностью.

В большинстве работ (Белов С.В. и др.) пористость принимается независимой от напряженного состояния, что не соответствует действительности. И лишь в нескольких работах сделана попытка учесть эту зависимость (Бутарович Д.О., Смирнов А.А., Бетехтин В.И., Веселков С.Ю.).

Целый ряд конструкций имеют пористую структуру в силу их эксплуатационной принадлежности – пористые смесители, фильтры, подшипники скольжения, газодинамические глушители шума и другие элементы.

Все это требует разработки методик расчета перечисленных элементов конструкций имеющих нарушение сплошности. Поскольку механика не сплошных сред до настоящего времени не разработана, приходится использовать аппарат хорошо разработанной механики сплошных сред, вводя определенные корректировки в механические и теплофизические свойства таких материалов.

Исследованием теплофизических свойств пористых материалов занимались Дульнев Г.Н., Литовский Е.Я. и Пучкелевич Н.А., Чиркин В.С., и другие авторы. Механическим свойствам пористых материалов уделяли внимание Кашталян Ю.А., Кингери У.Д., Бассард Р. и Де-Лауэр Р. и другие.

Целью работы является разработка новых и развитие известных методов решения задач теории упругости и термоупругости при линейных и нелинейных законах деформирования тел пористой структуры и решения на их основе нового класса задач.

Для достижения этой цели поставлены следующие задачи исследования:

1) создать физико-механическую модель пористого материала с классической пористостью в форме цилиндрических капиллярных каналов при линейных и нелинейных законах его деформирования;

2) разработать метод решения связанных задач теории упругости и термоупругости элементов конструкций пористой структуры;

3) используя принятую модель материала решить ряд прикладных задач: анализ напряженного состояния бруса в случае пористого охлаждения для элементов газового оборудования; состояние изгиба балок и пластин при силовом и температурном на них воздействии при линейном и нелинейном законах деформирования;

4) выяснить роль связанности НДС и пористости при линейной и нелинейной постановках задачи для элементов классической формы (балка-стенка, круглая и прямоугольная в плане пластины).

Методы исследований напряженно-деформированного состояния элементов конструкций пористой структуры основаны на использовании классических уравнений механики сплошных сред с корректировкой на пористость механических

и теплофизических характеристик материала. При решении конкретных задач использованы вариационные методы (метод конечных элементов) заменяющие краевые задачи на поиск стационарной точки соответствующего им эквивалентного функционала. Для достижения заданной точности решения использовался итерационный метод и метод пошагового нагружения (деформирования) с последующей корректировкой диаграмм деформирования.

Достоверность полученных результатов в настоящей работе опирается на использование классического математического аппарата механики сплошных сред с применением апробированных методов численного анализа и на непротиворечивость физическим представлениям процесса деформирования, а также сравнительным анализом с результатами полученными другими авторами в аналогичных задачах с более упрощенной расчетной схемой, в частности для сплошных и однородных материалов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1) на основе известных экспериментальных данных о механических и теплофизических свойствах пористых материалов составлена физико-механическая модель пористого материала с классической пористостью в форме цилиндрических капиллярных каналов;

2) на основе принятых расчетных моделей разработана методика расчета зависимости напряженно-деформированного состояния элементов конструкций от пористости в связанной постановке, т.е. учтена обратная зависимость пористости от вида напряженного состояния и выявлена её связь с физико-механическими свойствами материала;

3) выполнено исследование влияния одноосного и двухосного нагружения на геометрию поры в физически и геометрически линейной и нелинейной постановках;

4) предложены модели описания поведения материала пористой структуры в физически нелинейной постановке при больших и малых деформациях;

5) впервые получены решения ряда задач теории упругости и термоупругости линейно деформируемых балок-пластинок и плит из пористых материалов в связанной постановке. Выявлено влияние конструкционной связанности на их напряженно-деформированное состояние;

б) впервые получены решения связанных нелинейно-деформируемых элементов конструкций (балок и пластин) под силовым и температурным воздействием в случае малых и больших нелинейных деформаций.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что полученные результаты исследования расширяют имеющийся уровень знаний в механике деформируемого твердого тела.

Практическая значимость диссертационной работы заключается в том, что полученные результаты могут быть использованы при конкретных проектных расчетах элементов конструкций промышленного и специального технического назначения выполненных из пористых материалов, а также при решении проблемы более рационального распределения материала по объему.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

1) физико-механическая модель термоупругого состояния материалов пористых тел при линейном и нелинейном законах деформирования;

2) способ аппроксимации диаграммы для больших нелинейных деформаций в виде полинома по нечетным дробным степеням;

3) метод последовательных приближений в решении нелинейных задач теплопроводности в конструкционно-связанной задаче термоупругости;

4) метод шагового нагружения при решении связанных задач теории упругости и термоупругости балок и пластин пористой структуры при нелинейных законах деформирования материала;

5) решения конкретных задач по оценке НДС балок и пластин при классической пористости в виде капиллярных каналов при малых и больших нелинейных деформациях под механическим и тепловым воздействиями.

Апробация результатов. Основные положения работы были доложены, обсуждены и одобрены на научно-технических конференциях: «Конференция молодых ученых ФТФ» (Саратов, 2012); материалы международной научно-практической конференции «Экономико-математическое моделирование в инновационном развитии АПК» – 2 доклада (Саратов, 2012); Международная научно-практическая конференция «Теория и практика науки третьего тысячелетия» (Уфа, 2014); научно-методических семинарах кафедры ТСК (Саратов, 2011-2014).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 печатных работ, из них 2 – в журналах из перечня ВАК РФ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка литературы и 6 приложений. Общий объем диссертации составляет 215 страниц машинописного текста, в том числе 126 рисунков, 6 таблиц, список литературы из 53 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновываются актуальность темы диссертации, цель, научная новизна, практическая значимость работы, формируются основные результаты работы, выносимые на защиту.

В приведенном обзоре отмечены фундаментальные работы в решении задач теории упругости как сплошных так и пористых материалов. К таковым относятся работы Л.Д. Ландау, Н.И. Мухелишвили, С.П. Тимошенко Б.Г. Галеркина, В.В. Петрова, А.А. Трещева, М.М. Алиева, Г.Н. Белосточного, М.Н. Серазутдинова и др. Описание свойств пористых материалов отражено в работах У.Д. Кингери, Ю.А. Кашталяна, Е.Я. Литовского и Н.А. Пучкелевича. Вопросами пористого охлаждения занимались: П. Шнейдер, Р. Бассард и Р. Де-Лаур, А.В. Лыков. Исследованием теплофизических свойств пористых материалов занимались Г.Н. Дульнев, В.С. Чиркин и др. Конструкционно-связанные задачи термоупругости пористых тел рассматривались в работах С.М. Шляхова, а также в диссертациях Э.Ф. Кривулиной и А.В. Ефремова.

В большинстве своем исследование проблем термоупругости пористых тел касались линейных задач деформирования. Решения изотермических задач в нелинейной постановке отражены в работах В.И. Бетехтина, С.Ю. Веселкова. Описание деформационных свойств пористых материалов отражено в работах Д.О. Бутаровича и А.А. Смирнова, С.В. Белова. Из сказанного следует, что нелинейная проблема деформирования пористых тел рассмотрена лишь в единичных статьях, что свидетельствует о недостаточной разработанности этой проблемы и подтверждает актуальность настоящей диссертационной работы.

В первом разделе дано определение пористости материала, причины её возникновения и получены расчетные формулы изменения пористости при одноосном нагружении.

На основе экспериментальных данных представлена зависимость изменения физико-механических характеристик материала от пористости в виде эмпирических формул.

– Для модуля Юнга:

$$E(T, P) = E_0 (1 + a_1 P + a_2 P^2) (1 + b_1 T + b_2 T^2 + \dots),$$

– Для коэффициента Пуассона:

$$\mu(P) = \mu_0 (1 + c_1 P + c_2 P^2 + c_3 P^3),$$

– Для коэффициента теплопроводности:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + aT + bT^2) (1 - P)^{\frac{3}{2}},$$

– Для коэффициента линейного расширения:

$$\alpha(T) = \alpha_0 (1 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \dots),$$

(1.1)

где T – температура, P – пористость.

Входящие в формулы (1.1) коэффициенты определялись при обработке экспериментальных данных по способу наименьших квадратов.

Пористость P была представлена формулой

$$P' = \frac{V'_{1P}}{V} = P \frac{V'_{1P}}{V_{1P}} = P \frac{S'_{1P}}{S_{1P}} \quad (1.2)$$

где P' – пористость тела после его нагружения, V'_{1P} , S'_{1P} – соответственно объем и площадь контура одной поры после нагружения, а V_{1P} , S_{1P} – до нагружения.

В случае нагрева материала за счет внутреннего тепловыделения для мощности источника тепла принималась зависимость

$$W(T, P) = W_0 (1 - P) (1 + \gamma_1 T + \gamma_2 T^2 + \dots) \quad (1.3)$$

Объект исследования в первом разделе диссертации – балка-пластина под силовым и температурным воздействиями в линейной постановке задачи. Предварительно была решена задача об исследовании влияния одноосного растяжения-сжатия на геометрию цилиндрической поры на примере тонкой пластины с малым круговым отверстием.

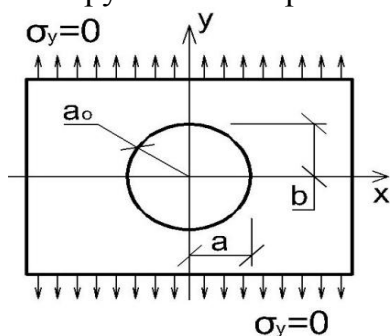


Рис. 1.1. Круглая пора до нагружения

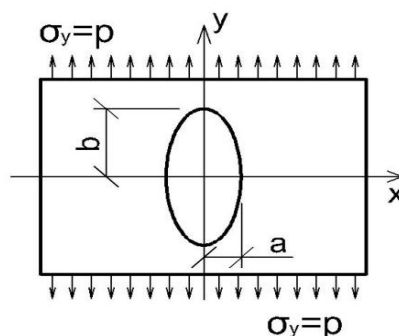


Рис. 1.2. Пора после нагружения

После нагружения первичная круглая пора станет эллиптической. В результате решения линейной задачи теории упругости было представлено изменение малой и большой полуоси зависимостями:

$$\begin{cases} a = a_0 \left(1 - \frac{p}{E}\right) \\ b = b_0 + (b_0 + 2a_0) \frac{p}{E} \end{cases} \quad (1.4)$$

На основании (1.4) и (1.2) получим пористость после нагружения, определяемую по формуле

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\sigma}{E} \right) \left(1 + 3 \frac{\sigma}{E} \right). \quad (1.5)$$

В случае физически линейной, но геометрически нелинейной постановки задачи формула (1.5) примет вид (1.6):

$$P = P_0 \left(2 - \left(\frac{1}{\exp\left(-\frac{\sigma}{E}\right)} \right)^2 \right). \quad (1.6)$$

Выполнено численное исследование и выявлен характер изменения пористости в зависимости от знака напряжений (рис. 1.3).

Анализ результатов показал, что обе формулы для пористости дают идентичные результаты в рамках закона Гука до значения $\sigma/E \cdot 10^2 = 0,5$. Из представленных на рисунке 1.3 видно, что при положительных напряжениях пористость растет а при отрицательных – уменьшается.

На основе выполненных исследований была решена задача об оценке НДС пористой балки-пластины в состоянии чистого изгиба.

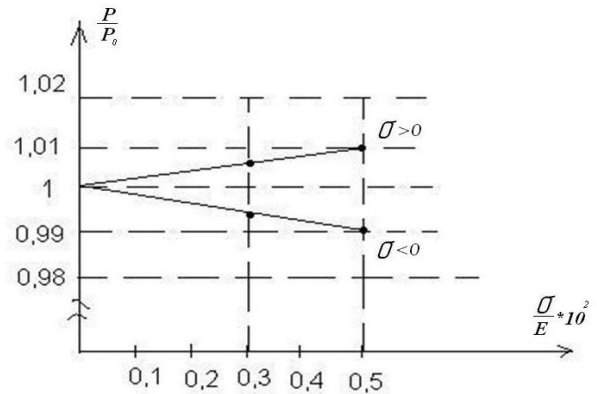


Рис. 1.3. Изменение пористости от знака напряжений

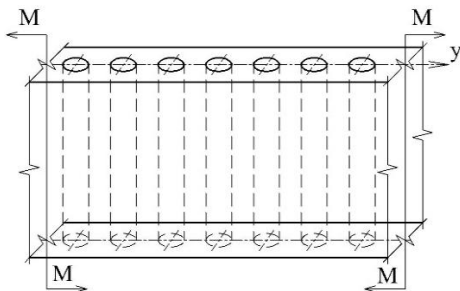


Рис. 1.4. Балка-пластина нагруженная изгибающим моментом

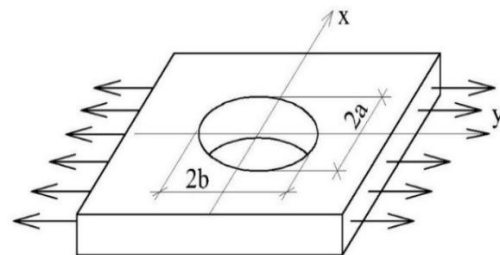


Рис. 1.5. Фрагмент капиллярной поры балки-пластины при одноосном нагружении

Схема решения задачи следующая. Балка разбивается на множество тонких пластин с постоянными физико-механическими характеристиками по слою. Используется техническая теория изгиба многослойного бруса, на основе гипотезы плоских сечений. Для оценки влияния напряжений на пористость используется формула (1.5). Получена расчетная формула для определения нормальных напряжений в балке при чистом изгибе вида:

$$\sigma(y) = \frac{E(y) \cdot M}{\sum_{k=1}^n E_i \left(\frac{b \cdot h_i^3}{12} + b \cdot h_i \cdot y_{ci}^2 \right)}, \quad (1.7)$$

Положение нейтральной оси в сечении определяется выражением (1.8) на рисунке 1.6:

$$\xi = \left(\frac{E_1 h_1^2 + \sum_{i=2}^n \left\{ E_i \cdot h_i \cdot \left[\frac{h_i}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} (h_k) \right] \right\}}{h \cdot \sum_{i=1}^n (E_i \cdot h_i)} \right). \quad (1.8)$$

Рассмотрены 2 рабочих материала балки:
 – высокоглиноземистая керамика Al_2O_3 ;
 – малоуглеродистая сталь.

Материал керамической балки подчиняется линейному закону деформирования вплоть до разрушения, а материал стальной балки линейно деформируется до появления текучести. Решение получено в двух приближениях.

Характер распределения напряжений по сечению отражен на рисунках 1.7, 1.8.

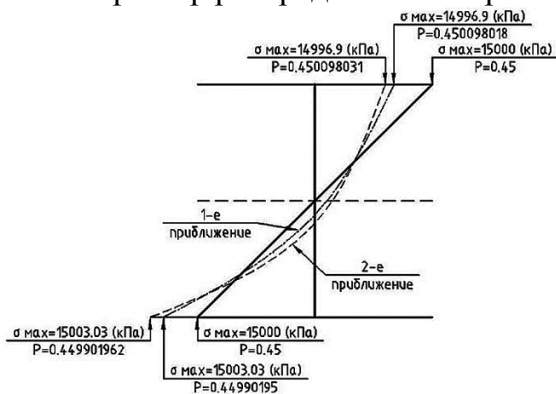


Рис. 1.7. Изменение напряжений по высоте сечения бруса из Al_2O_3

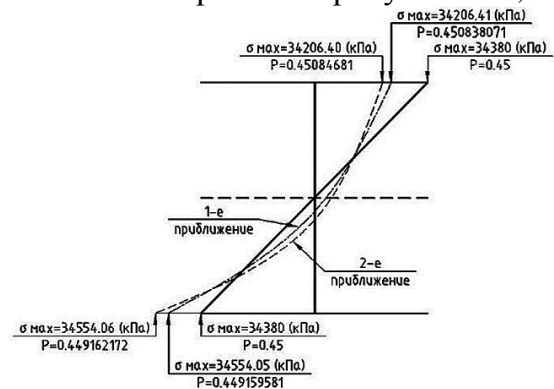


Рис. 1.8. Изменение напряжений по высоте сечения стального бруса

Конструкционная связанность для приведенных решений проявилась на 0.02% для керамики, а для стали 0.5%. Отмечено смещение нейтральной оси в сторону сжатых волокон. Обнаружено, что связанность НДС и пористости сильнее проявляется для менее жестких материалов.

Далее была рассмотрена конструкционно-связанная задача термоупругости для пористого охлаждения балки-пластины. Схема пористого охлаждения прямоугольной балки пластины отражено на рисунке 1.9.

К задаче подобного вида приходим при оценке НДС пористых пластин газовых горелок. Здесь t_2 – температура горения; t_0 – температура газовой смеси поступающей в горелку; t_1 – искомая температура.

Закон изменения температуры по высоте сечения полученный из решения задачи теплопроводности (П. Шнейдер) имеет вид

$$T(y) = t_0 + (t_2 - t_0) e^{\left(G_{CM} \cdot C_{CM} \cdot \frac{y-h}{\lambda_H \cdot (1-P)} \right)}, \quad (1.9)$$

где коэффициенты, входящие в показатель степени, определяют: массовую скорость газоздушную смеси – (G_{CM}); теплоёмкость смеси – (C_{CM}); теплопроводность материала бруса – (λ_H); высоту (h) и пористость (P).

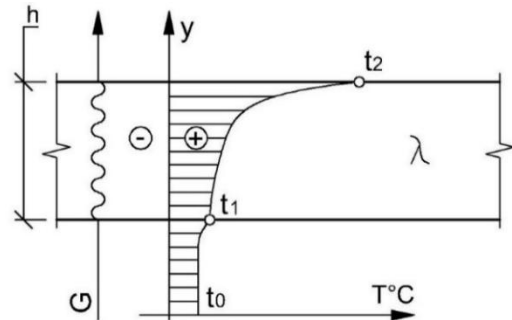


Рис. 1.9. Схема пористого охлаждения прямоугольной балки-пластины в одномерном поле температур

Для решения задачи термоупругости использовался принцип Сен-Венана освобождаемости от связей, а также описанная ранее схема многослойного бруса. Окончательная расчетная формула напряжений имеет вид

$$\sigma_z = -E(y) \cdot \alpha(T) \cdot T(y) + \frac{N}{A_i \cdot \sum_{k=1}^n \frac{E_k \cdot A_k}{E_i \cdot A_i}} + \frac{E_i(y) \cdot y_i \cdot M}{\sum_{k=1}^n E_i \left(\frac{b \cdot h_i^3}{12} + b \cdot h_i \cdot y_{ci}^2 \right)}. \quad (1.10)$$

Из формулы (1.10) как частный случай вытекает известное решение С.П. Тимошенко для сплошных однородных балок.

Рассмотрено три способа закрепления балки, где первое слагаемое (1.10) описывает жесткое защемление, первое и второе слагаемые – скользящую заделку, а все три слагаемых – шарнирное опирание.

Рассмотрены 2 приближения задачи, где в первом приближении ищется решение для фиксированной пористости, а во втором – учитываются коррективы в пористость в зависимости от полученных в первом приближении напряжений.

На рисунке 1.10 отражено решение для конкретных исходных данных во втором приближении.

Наибольший эффект конструкционной связанности проявился при жесткой заделке и составил порядка 2%.

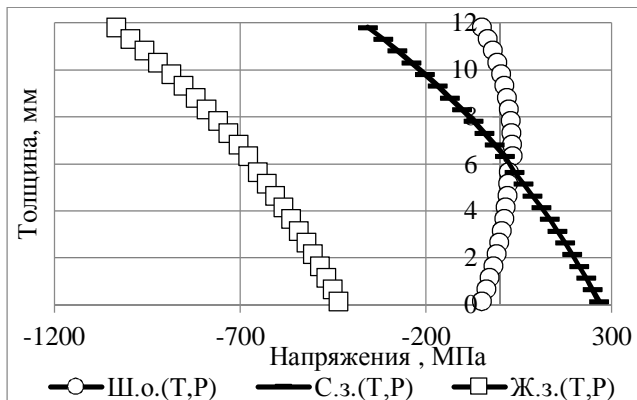


Рис. 1.10. Поля напряжений возникающих в пористой керамической балке-пластине при различных способах закрепления

Во втором разделе исследованы напряженно-деформированные состояния тонких пластин под тепловым воздействием при линейных законах деформирования с учетом влияния напряженного состояния на пористость.

Вначале рассмотрено влияние двухосного нагружения на деформацию круглой поры при равномерном растяжении-сжатии пластины (рис. 2.1).

В случае равенства напряжений $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ круглая пора сохраняет свою первоначальную форму. При геометрически и физически линейной постановке задачи радиус поры после нагружения определяется по формуле

$$a = a_o \left(1 + \frac{2\sigma}{E} \right). \quad (2.1)$$

При геометрически нелинейной, но физически линейной постановке радиус Поры определится по формуле

$$a = a_o \exp\left(\frac{2\sigma}{E} \right) \quad (2.2)$$

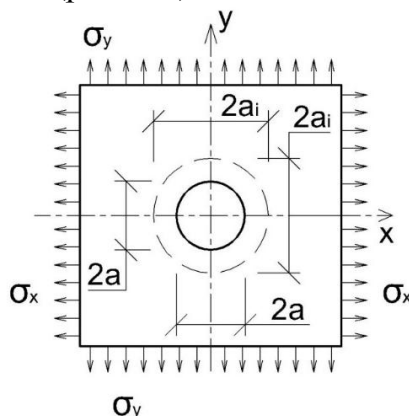


Рис. 2.1. Пора при двухосном нагружении

Соответственно для пористости после нагружения получаем зависимость (2.3):

$$P = P_o \frac{\pi a^2}{\pi a_o^2} = P_o \left(\frac{a}{a_o} \right)^2, \quad (2.3)$$

где для геометрически линейной и нелинейной постановках значения пористости определяются выражениями:

$$P = P_0 \left(1 + \frac{2\sigma}{E} \right)^2. \quad (2.4)$$

$$P = P_0 \left(\exp \left(\frac{2\sigma}{E} \right) \right)^2. \quad (2.5)$$

Далее дана постановка и решена конструкционно-связанная задача термоупругости для круглой пластины нагреваемой источником тепла.

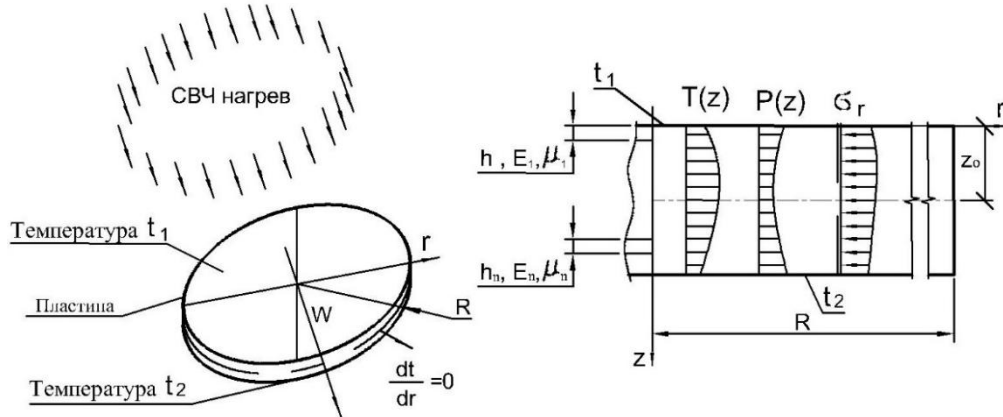


Рис.2.2. Схема нагреваемой пористой круглой пластины полями СВЧ

Решение задачи теплопроводности сводится к интегрированию нелинейного дифференциального уравнения (2.6) при удовлетворении соответствующим граничным условиям.

$$\frac{dT}{dZ} \left[\lambda(T, P) \frac{dT}{dZ} \right] + W(T, P) = 0. \quad (2.6)$$

Решение краевой задачи (2.6) заменяем поиском стационарной точки эквивалентного ей функционала:

$$J_{(m)} = \int_0^h \left\{ \frac{\lambda^{(m-1)}(Y)}{2} \left[\frac{\partial T(m)}{\partial Y} \right]^2 - T_{(m)} W^{(m-1)}(Y) \right\} dY.$$

При использовании метода конечных элементов при аппроксимации температуры линейными сплайнами и итерационной схемы последовательных приближений для узловых температур получена формула:

$$T_i^{(m)}(z) = \frac{\lambda_i^{(m-1)} \cdot T_{i+1}^{(m)} + \lambda_{i+1}^{(m-1)} \cdot T_{i-1}^{(m)}}{\lambda_i^{(m-1)} + \lambda_{i+1}^{(m-1)}} + \frac{h_o^2}{4(\lambda_i^{(m-1)} + \lambda_{i+1}^{(m-1)})} \left[2W_i^{(m-1)} + W_{i+1}^{(m-1)} + W_{i-1}^{(m-1)} \right], \quad (2.7)$$

где $T_{i+1}^{(m)}$ и $T_{i-1}^{(m)}$ – узловая температура последующего и предыдущего слоя (элемента) текущего шага итерации, а $\lambda_{i+1}^{(m-1)}$ и $\lambda_i^{(m-1)}$ – средние коэффициенты теплопроводности последующего и текущего слоя (элемента) предыдущего шага итерации.

Аналогично балке в задаче термоупругости пластина представляется многослойной конструкцией с постоянными теплофизическими характеристиками по слоям с использованием гипотезы неизменности нормали. Пластина рассматривается в трех видах закрепления: жесткое защемление, скользящая заделка и шарнирное опирание. Следуя принципу освобожденности от связей аналогично балке-пластине получено окончательное решение задачи:

$$\sigma_{r(i)} = \sigma_{\theta(i)} = - \frac{E(z) \alpha(T) \cdot T(z)}{1 - \mu(z)} + \frac{q}{h_i \cdot \sum_{k=1}^n \frac{(1 - \mu_k) h_k E_k}{(1 - \mu_k) h_i E_i}} + \frac{mz E_i}{D(1 + \mu_i)(1 - \mu_o)}. \quad (2.8)$$

Здесь q – интенсивность радиального усилия действующего на контур пластинки при жестком закреплении взятое с обратным знаком; m – интенсивность распределенного момента в заделке взятого с обратным знаком; μ_o – приведенный коэффициент Пуассона, D – изгибная жесткость пакета слоев; E'_i – эффективный модуль Юнга.

$$D = \frac{1}{3(1-\mu_o^2)} \sum_{i=1}^n E_i \left[\left(z_o - \sum_{k=0}^{i-1} h_k \right)^3 - \left(z_o - \sum_{k=1}^i h_k \right)^3 \right] \quad \mu_o = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i h_i E'_i}{\sum_{i=1}^n h_i E'_i}, \text{ где } E'_i = \frac{E_i}{1-\mu_i^2}$$

В качестве примера была рассмотрена керамическая пластинка при заданных температурных условиях.

На рисунках 2.3, 2.4 представлены поля температур и напряжений при жестком защемлении по контуру с учетом и без учета конструкционной связанности задачи. Учет конструкционной связанности для других способов закрепления показал наибольшую поправку к напряжениям около 1%.

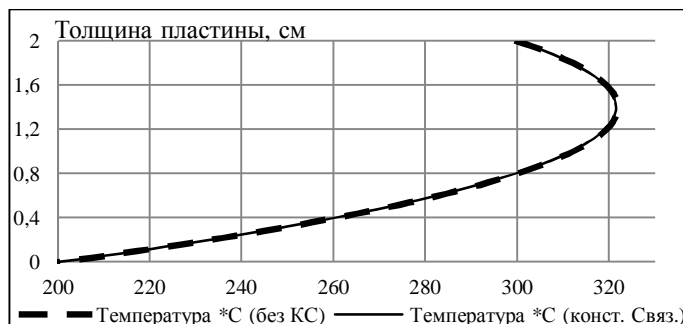


Рис. 2.3. Изменение T по толщине пластины

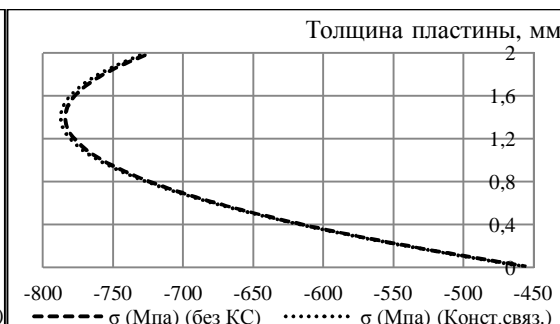


Рис. 2.4. Распределение напряжений

Аналогично была решена задача об учете конструкционной связанности пористости и НДС при воздействии СВЧ нагрева на квадратную керамическую пластинку (рисунок 2.5).

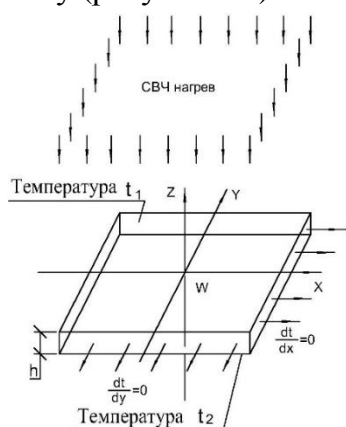


Рис. 2.5. Схема нагрева квадратной пластины

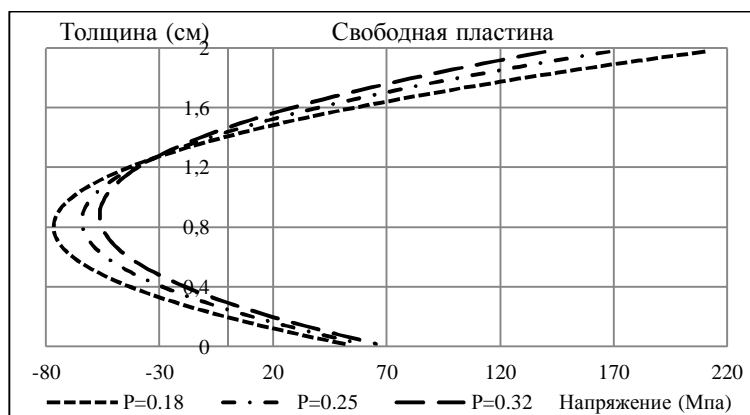


Рис. 2.6. Распределение напряжений по высоте пластины в свободном состоянии для различных P

Рассматривались жесткое защемление, скользящая заделка и свободное состояние пластины.

Расчет напряжений для квадратной пластины представлен формулой (2.9):

$$\sigma_{x(i)} = \sigma_{z(i)} = \frac{-E(y)}{1-\mu(y)} \cdot \alpha(T(y)) \cdot T(y) + \frac{1-\mu_o}{1-\mu_i} \cdot \frac{E_i}{\sum_{i=1}^n E_i h_i^{-(h-y_o)}} \int_{y_o}^{y_e} \frac{E(y) \cdot \alpha(y) \cdot T(y)}{1-\mu(y)} dy +$$

$$+ \frac{E_i y}{(1-\mu_i)(1-\mu_o)D} \int_{-(h-y_o)}^{y_o} \frac{E(y) \cdot \alpha(y) \cdot T(y)}{1-\mu(y)} y dy . \quad (2.9)$$

Из формул (2.8), (2.9) как частный случай вытекает известное решение С.П. Тимошенко для сплошных однородных пластин.

Показано, что учет конструкционной зависимости пористости от напряженно-деформированного состояния в линейной постановке задачи дает поправку к решению поставленной задачи до 0.7% (рис. 2.6).

Третий раздел посвящен исследованию напряженно-деформированного состояния пористых балок-стенок и пластин под силовым и тепловым воздействиями при нелинейных законах деформирования с учетом конструкционной связанности.

Решения задач опираются на экспериментальные данные по законам деформирования пористых материалов (пористого алюминия) с фиксированной пористостью отраженных на рисунке 3.1.

В случае малых деформаций (до 0.4%) предлагается аппроксимация диаграмм в виде полинома по нечетным степеням:

$$\sigma = A_1 \varepsilon + A_3 \varepsilon^3 + A_5 \varepsilon^5 \quad (3.1)$$

Для деформаций $\varepsilon > 0.4\%$ предлагается аппроксимация по нечетным дробным степеням:

$$\sigma = A_1 \varepsilon + A_3 \varepsilon^{1/3} + A_5 \varepsilon^{1/5} \quad (3.2)$$

Сравнительный анализ двух аппроксимаций отражен на рисунке 3.2, где коэффициенты A_i являются функциями пористости.

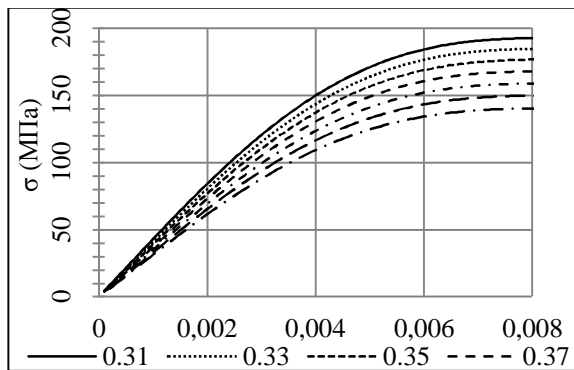


Рис. 3.1. Диаграммы деформирования пористых материалов

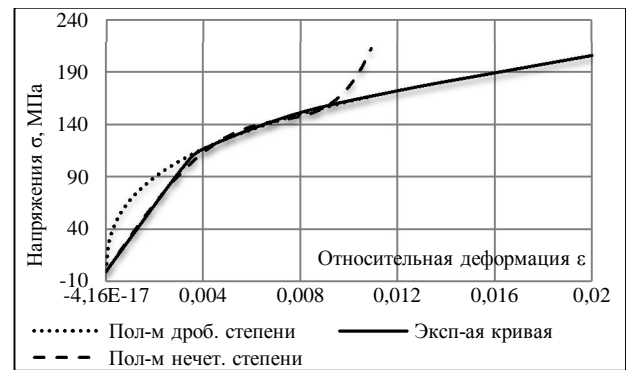


Рис. 3.2. Сравнение аппроксимаций (3.1) и (3.2) для $P=0.411$

При решении конкретных задач в программе был предусмотрен переход от одного вида аппроксимации к другой при $\varepsilon=0,004 \dots 0,006$.

Для оценки НДС используется схема малых шаговых нагружений.*

При одноосном нагружении круглой поры радиуса a_o последняя становится эллиптической с полуосями определяемые по формулам (рис. 1.1):

$$a_i = a_{i-1} \left(1 - \frac{\Delta \sigma_i}{E_i} \right) , \quad v_i = v_{i-1} \left(1 + \frac{\Delta \sigma_i}{E_i} \right) + \frac{2a_{i-1} \Delta \sigma_i}{E_i} , \quad (3.3)$$

*Теоретическое и экспериментальное исследование влияния внешней нагрузки на поры в твердых телах / В.И. Бетехтин, С.Ю. Веселков, Ю.М. Даль, А.Г. Кадомцев, О.В. Амосова // ФТТ. 2003. Т. 45. Вып. 4. С. 618-624.

где $\Delta\sigma_i$ – малое приращение напряжения, E_i – секущий модуль упругости диаграммы растяжения на участке $\sigma_i < \sigma < \sigma_{i+1}$ при $|\Delta\sigma| \ll |\sigma|$. Соответственно для пористости получаем зависимость на i -м шаге нагружения:

$$P_i = P_{i-1} \left[1 - \frac{\Delta\sigma_i}{E_i} \right] \cdot \left\{ \frac{\Delta\sigma_i}{E_i} \left(\frac{2a_{i-1}}{b_{i-1}} + 1 \right) + 1 \right\} \quad (3.4)$$

При двухосном равномерном нагружении (Рис.1.2) пористость определяется по формуле

$$P_i = P_{i-1} \left(1 + \frac{2\Delta\sigma_i}{E_i} \right)^2 \quad (3.5)$$

Была рассмотрена задача чистого изгиба балки-пластины с вертикальной цилиндрической пористостью. В решении был использован метод шагового деформирования с пересчетом диаграмм деформирования после каждого шага (рис.3.3). Схема последовательных шагов проводилась до достижения заданного момента нагружения. Пример приведен на (рис.3.4(а, б)). В задаче чистого изгиба при малых нелинейных деформациях влияние связанности проявилось менее 1%.

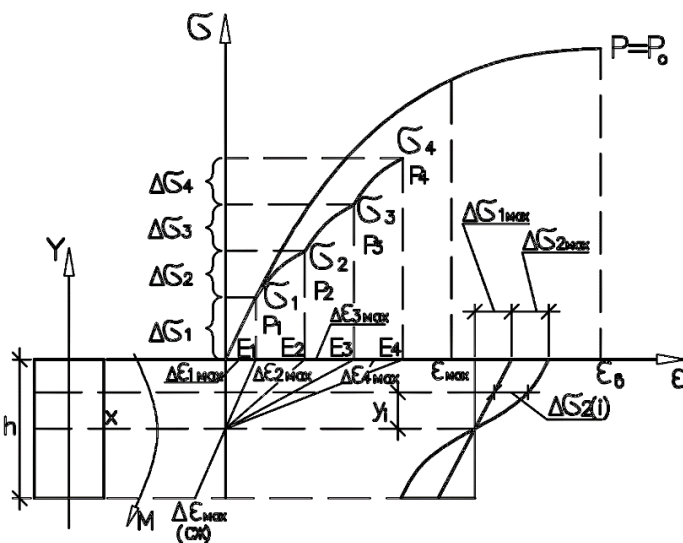


Рис. 3.3. Схема пошагового деформирования

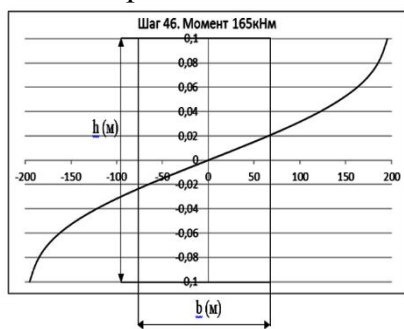


Рис. 3.4(а). Изменение напряжений по высоте

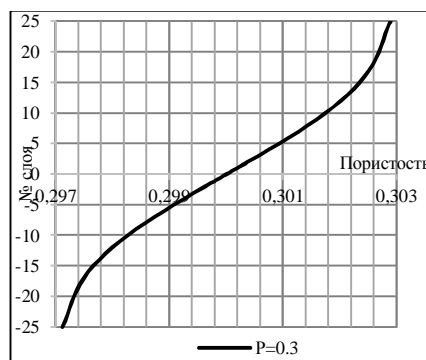


Рис. 3.4(б). Изменение пористости по высоте

Далее рассматривалась задача чистого изгиба круглой пластины с цилиндрической пористостью при нелинейных деформациях (до 2%). Решение основывалось на теории малых упругопластических деформаций А. А. Ильюшина.

Пересчет диаграммы интенсивностей деформации и напряжения в диаграмму растяжения отражен на рисунке 3.5. Схема последовательного деформирования аналогична изгибу бруса. На начальной стадии нагружения (до 0.4%) для определения деформации по толщине пластины ϵ_z использовался метод возмущений, а для деформаций более 0.4% ϵ_z определялся из условия несжимаемости.

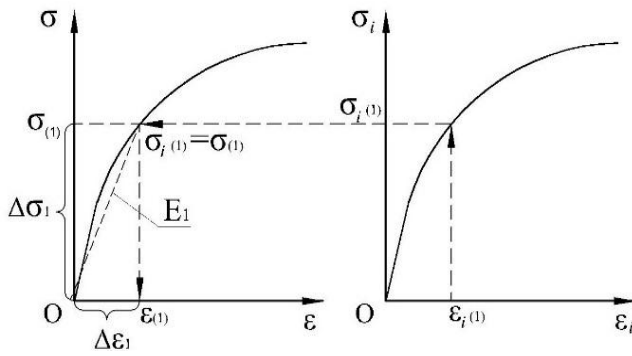


Рис. 3.5 Диаграммы деформирования

На рисунках 3.6, 3.7 приведены графики изменения напряжений по толщине пластины для заданного момента и влияние связанности на НДС с ростом пористости. В последующих параграфах диссертации рассматривались задачи термоупругости балок и пластин, нагреваемых внутренним источником тепла.

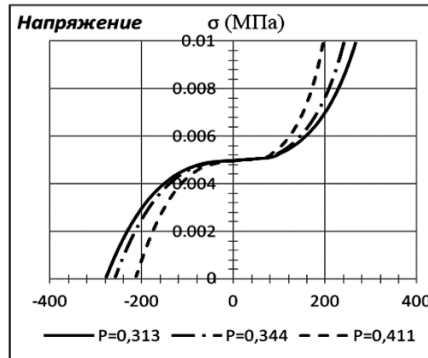


Рис. 3.6. График изменения напряжений по высоте сечения

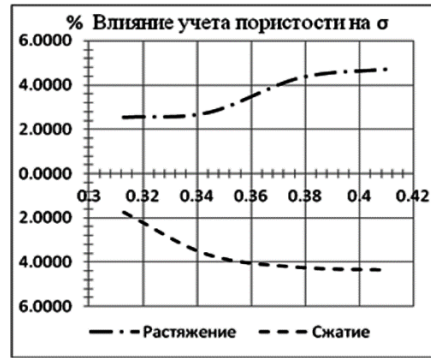


Рис. 3.7. Влияние конструкционной связанности на НДС

Рассматривались различные способы закрепления при трех типах анализа и выполнялся пошаговый нагрев (1 – учет конструкционной связанности (КС) и термочувствительности; 2 – термочувствительность при постоянной пористости; 3 – отсутствие КС и термочувствительности). На каждом шаге нагрева использовался принцип освобождения от связей описанный в 1-м и 2-м разделах для многослойных конструкций. Уровень деформаций не превышал 2%. Наибольшее влияние конструкционной связанности в напряжениях обнаружен в случае жесткого закрепления: для балок – до 12%, а для пластин – до 10%.

На рисунках 3.8 и 3.9 приведены распределения напряжений термонапряженной балки и круглой пластины по высоте(толщине) сечения в случае жесткой заделки для расчетных полей температур.

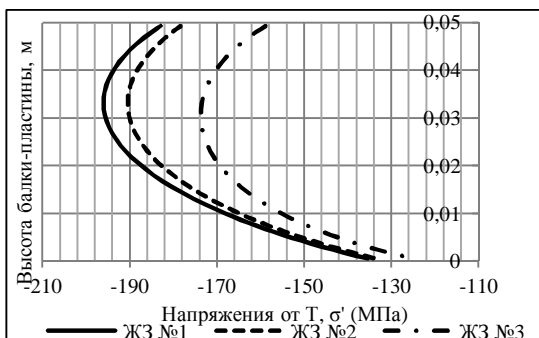


Рис. 3.8. Напряжения при P=0.43

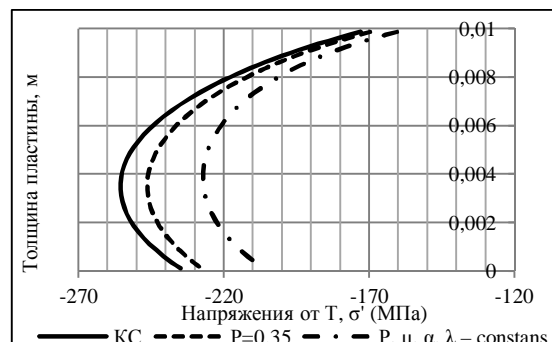


Рис. 3.9. Напряжения при P=0.35

В приложении представлены численные оценки напряженно-деформированного состояния в приводимых примерах расчета.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

На основании проведенных в данной работе исследований и конкретных расчетов с использованием предложенных методов, результаты сводятся к следующему:

1. Рассмотрен и решен новый класс задач по исследованию НДС тел классической формы (брус, пластина), выполненных из пористых материалов с идеальной пористостью в форме цилиндрических капиллярных каналов.

2. Выявлено, что пористость материала зависит от вида напряженного состояния нагруженного объекта. В зоне растяжения пористость увеличивается, а в зоне сжатия – уменьшается.

3. Зависимость пористости от НДС приводит к обратной связи её со свойствами материала, т.е. к конструкционной связанности между НДС и пористостью, что требует корректировки модели материала в процессе нагружения.

4. Влияние НДС на пористость наиболее сильно сказывается при снижении жесткости конструкции и увеличении начальной пористости.

5. При деформировании пористых балок-пластин и плит наблюдается смещение нейтральной оси в сторону сжатых волокон, что для сплошных материалов не свойственно.

6. Обнаружено, что в задачах термоупругости способ закрепления конструкции оказывает существенное влияние на пористость. При жестком заземлении это влияние наиболее сильно, а в свободном состоянии – минимально.

7. При аппроксимации диаграмм деформирования в случае больших нелинейных деформаций оказался достаточно точным и удобным предложенный в диссертации полином по нечетным дробным степеням.

8. При физически линейной постановке задачи деформирования конструкционная связанность проявляется слабее, чем при нелинейной постановке.

9. Представленные в диссертации решения являются новыми и расширяют круг знаний в механике деформируемых твердых тел.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Мозжилин А.В. Анализ напряженного состояния пористой балки-пластины в конструкционно-связанной задаче чистого изгиба / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2011. – № 4 (60). – Вып. 2. – С. 38-41.

2. Мозжилин А.В. Анализ напряженно-деформируемого состояния пористой круглой керамической пластины в конструкционно-связанной задаче термоупругости / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2013. – № 3 (72). – С. 53-58.

Публикации в других изданиях

3. Мозжилин А.В. Анализ напряженно-деформированного состояния квадратной керамической пластины нагреваемой источником тепла / А. В. Мозжилин // Проблемы прочности элементов конструкций под воздействием нагрузок и рабочих сред: межвуз. науч. сб. – Саратов: СГТ, 2013. – С. 70-76.

4. Мозжилин А.В. Анализ напряженно-деформированного состояния пористой нелинейно-деформируемой круглой пластины в конструкционно-связанной задаче чистого изгиба / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Приволжский научный вестник: научно-практический журнал. – Ижевск, 2014. – № 8 (36). Ч. 1. – С. 31-38.

5. Мозжилин А.В. Аппроксимация диаграммы деформирования пористого материала / А. В. Мозжилин // Проблемы прочности элементов конструкций под воздействием нагрузок и рабочих сред: межвуз. науч. сб. – Саратов: СГТУ, 2013. – С. 102-106.

6. Мозжилин А.В. Задача чистого изгиба балки из нелинейно-деформируемого материала пористой структуры / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Проблемы прочности элементов конструкций под воздействием нагрузок и рабочих сред: межвуз. науч. сб. – Саратов: СГТУ, 2013. – С. 13-17.

7. Мозжилин А.В. Конструкционно-связанная задача термоупругости квадратной керамической пластины, нагреваемой источником тепла / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Экономико-математическое моделирование в инновационном развитии АПК: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Саратов, 2012. – С. 70-72.

8. Мозжилин А.В. Конструкционно-связанная задача термоупругости керамической балки-пластины при пористом её охлаждении [Электронный ресурс] / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Конференция молодых ученых ФТФ. – Саратов, 2012.: <http://www.sstu.ru/node/141>

9. Мозжилин А.В. Конструкционно-связанная задача термоупругости круглой керамической пластины, нагреваемой источником тепла / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Экономико-математическое моделирование в инновационном развитии АПК: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Саратов, 2012. – С. 68-70.

10. Мозжилин А.В. Конструкционно-связанная задача термоупругости пористой нелинейно-деформируемой балки-пластины / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Теория и практика науки третьего тысячелетия: Междунар. науч.-практ. конф. – Уфа, 2014. – С. 159-162.

11. Мозжилин А.В. О влиянии нормальных напряжений на сквозную пористость материала балки-пластины при изгибе. / А. В. Мозжилин, С. М. Шляхов // Проблемы прочности элементов конструкций под воздействием нагрузок и рабочих сред: межвуз. науч. сб. – Саратов: СГТУ, 2011. – С. 35-38.

Подписано в печать 12.12.14

Формат 60×84 1/16

Бум. офсет.

Усл. печ. л. 1,0

Уч.-изд. л. 1,0

Тираж 100 экз.

Заказ 191

Бесплатно

Саратовский государственный технический университет

410054, Саратов, Политехническая ул., 77

Отпечатано в Издательстве СГТУ. 410054, Саратов, Политехническая ул., 77

Тел.: 24-95-70; 99-87-39, e-mail: izdat@sstu.ru