ЛОКАЛИЗАЦИЯ МАГНОНОВ НА ОДНОМЕРНЫХ ДЕФЕКТАХ В ФЕРРОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КРИСТАЛЛЕ (МАКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД)

Гестрин С.Г., Сальникова Е.А.
кафедра Физика

В ряде работ [1-8] было показано, что наличие в кристаллах дефектов структуры приводит к локализации на них различных типов волн. Их амплитуда убывает с удалением от одномерного дефекта (дислокации) в основном по экспоненциальному закону ~ $(\kappa r)^{-1/2}\exp(-\kappa r)$, где $\kappa -$ поперечное волновое число, $r -$ расстояние до дислокации; а частота отделена конечным интервалом от спектра объемных колебаний. В [1] подробно исследованы локализованные звуковые колебания. В работе [2] получены дисперсионные уравнения для двух ветвей поляритонов, локализованных на дислокациях в ионных кристаллах. Законы дисперсии осесимметричных и винтовых плазменных волн, распространяющихся вдоль заряженных дислокаций в полупроводниках, найдены в [3,4]. Влияние дефектов кристаллической структуры на экситоны Френкеля рассмотрено в [5].

Как известно, в ферромагнетиках существуют элементарные возбуждения спиновой системы, имеющие характер волн и называемые спиновыми волнами (магнонами). Они представляют собой колебания относительной ориентации спинов в решетке [6]. В [7,8] показано, что наличие одномерного дефекта в ферродиэлектрике (CrBr3, EuO, EuS) приводит к возможности локализации на нем данного типа возмущений. Кристалл представлялся в виде решетки, в узлах которой находятся атомы, все спины которых в основном состоянии параллельны. Для энергии взаимодействия двух атомов, обладающих спинами S_i и S_j, использовалась модель Гейзенберга: $U = -JS_i\vec{S}_j$, где J —обменный интеграл (микроскопическое рассмотрение).

Ниже предполагается, что длина спиновой волны велика по сравнению с постоянной решетки a. В этом случае закон дисперсии волн $\omega(k)$ будет выражен через феноменологические параметры (материальные константы), входящие в макроскопические уравнения движения магнитных моментов [9].

Уравнение движения прецессирующего магнитного момента [10]:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{g|e|}{2mc}\left[\vec{H}_{эф}, \vec{M}\right], \quad (1)$$

Здесь напряженность «эффективного поля»:

$$\vec{H}_{эф} = \alpha_{ik}\frac{\partial^2 M}{\partial x_i \partial x_k} + \vec{H}, \quad (2)$$

M —плотность магнитного момента (намагниченность), тензор α_{ik} определяется симметрией кристалла. В одноосных кристаллах симметричный тензор второго ранга α_{ik} имеет компоненты $\alpha_{xx} = \alpha_{yy} \equiv \alpha_1, \alpha_z \equiv \alpha_2$ (ось Z- ось симметрии кристалла); в кубическом кристалле $\alpha_{ik} = \alpha\delta_{ik}$.

Если тело не находится во внешнем магнитном поле, то поле внутри него целиком связано с распределением намагниченности и представляет собой, вообще говоря, величину того же порядка, что и M. В этом смысле член H в (2) представляет собой релятивистский эффект. Поэтому если рассматривать чисто обменное приближение второй член в (2) следует опустить, так что уравнение движения приобретает вид:

$$\frac{\partial M}{\partial t}=\frac{g|e|}{2mc}\alpha_{ik}\left[\frac{\partial^2 M}{\partial x_i \partial x_k},\vec{M}\right]. \quad (3)$$

Если предположить, что в кристалле имеется дислокация, расположенная вдоль оси *Z*, то уравнение (3) примет вид:

$$\frac{\partial M}{\partial t}=\frac{g|e|}{2mc}\alpha_{ik}\left[\frac{\partial^2 M}{\partial x_i \partial x_k},\vec{M}\right]-a^2\delta(\vec{\rho})\beta\frac{g|e|}{2mc}\left[\frac{\partial^2 M}{\partial z^2},\vec{M}\right]. \quad (4)$$

Здесь *a* – постоянная решетки, β – характеризует обменное взаимодействие атомов, расположенных вдоль оси дислокации, $\delta(\rho)$ – двумерная дельта-функция.

Применим полученное уравнение к распространению волн, в которых плотность магнитного момента совершает малые колебания, прецессируя относительно своего равновесного значения M_0, направленного вдоль оси *Z*. Положим $M=M_0+m$, где m — малая величина, и линеаризуем уравнение, отбросив члены второго порядка по m. Поскольку абсолютная величина $M=M_0$, то в этом приближении $m\perp M_0$. Будем в дальнейшем рассматривать волны, распространяющиеся вдоль оси *Z*, $m\propto \exp i(kz-\omega t)$. Из (4) для кристалла с кубической симметрией находим:

$$-i\omega\vec{m}=\frac{g|e|}{2mc}\alpha\left[\left(-k^2+\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\vec{m},\vec{M}_0\right]+a^2k^2\delta(\vec{\rho})\beta\frac{g|e|}{2mc}\left[\vec{m}(0),\vec{M}_0\right]. \quad (5)$$

Из (5) находим:

$$-i\omega m_x=\frac{g|e|}{2mc}\alpha M_0\left(-k^2+\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)m_y+a^2k^2\delta(\vec{\rho})\beta M_0\frac{g|e|}{2mc}m_y(0), \quad (6)$$

$$-i\omega m_y=-\frac{g|e|}{2mc}\alpha M_0\left(-k^2+\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)m_x-a^2k^2\delta(\vec{\rho})\beta M_0\frac{g|e|}{2mc}m_x(0). \quad (7)$$

Согласно (6) и (7) находим:

$$m_x=-im_y, \quad (8)$$

т.е. решение описывает волну, поляризованную по кругу.

Из (7) и (8) имеем уравнение для m_x:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)m_x-\left(k^2-\omega\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}\right)m_x=-\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2\delta(\vec{\rho})m_x(0). \quad (9)$$

Переходя в (9) к цилиндрическим координатам, получим:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial m_x}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 m_x}{\partial\varphi^2}-\left(k^2-\omega\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}\right)m_x=-\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2\delta(\vec{\rho})m_x(0). \quad (10)$$

Будем предполагать далее, что зависимость m_x и m_y от азимутального угла φ определяется множителем $\exp in\varphi$, где $n=0,\pm1,\pm2,...$, тогда из (10):

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial m_x}{\partial\rho}-\left(k^2-\omega\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}+\frac{n^2}{\rho^2}\right)m_x=-\frac{1}{2\pi}\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2\frac{\delta(\rho)}{\rho}m_x(0). \quad (11)$$

Решение уравнения (11) имеет вид:

$$m_{n,x}(\rho)=\frac{1}{2\pi}\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2m_{n,x}(0)K_n\left(\sqrt{k^2-\omega\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}}\rho\right) \quad (12)$$

Равенство (12) характеризует зависимость амплитуды волны от расстояния до дислокации ($K_n(x)$ - функция Макдональда). Как видно из (12) амплитуда волны с удалением от дислокации убывает в основном по экспоненциальному закону ($K_n(x)\approx\sqrt{\pi/2x}\,\exp(-x)$, при $x\rangle\rangle 1$). [3]

Рассмотрим вначале осесимметричное возмущение $(n=0)$, и воспользуемся интегральным представлением функции $K_0(x)$:

$$m_{0,x}(\rho)=\frac{1}{2\pi}\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2m_{0,x}(0)K_0\left(\sqrt{k^2-\omega\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}}\rho\right)=-\beta a^2k^2\frac{g|e|M_0}{2mc}m_{0,x}(0)\times$$

$$\times\frac{1}{(2\pi)^2}\int_0^\infty\frac{\kappa d\kappa}{\omega-\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}\left(k^2+\kappa^2\right)}\oint\cos(\kappa\rho\cos\varphi)d\varphi. \quad (13)$$

Заменим верхний бесконечный предел интегрирования в (13) на конечное значение $\kappa_0\sim 1/a$. То обстоятельство, что предел интегрирования в формуле (13) определяется лишь по порядку величины и имеет характер некоторого параметра «обрезания», связано с модельным предположением о δ- образной локализации возмущения на оси дислокации в уравнении (4). Полагая в (13) $\rho=0$, находим дисперсионное уравнение для осесимметричных волн, локализованных на дислокации:

$$1+\frac{\beta}{2\pi}a^2k^2\frac{g|e|M_0}{2mc}\int_0^{\kappa_0}\frac{\kappa d\kappa}{\omega-\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}\left(k^2+\kappa^2\right)}=0. \quad (14)$$

Выполняя интегрирование в (14) и пренебрегая малыми членами порядка величины

$$\frac{\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}k^2-\omega}{\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}\kappa_0^2}\ll 1, \quad (15)$$

находим

$$\omega_0\approx\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}k^2-\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}\kappa_0^2\exp\left(-\frac{4\pi\alpha}{\beta a^2k^2}\right) \quad (16)$$

Первое слагаемое в правой части (16) задает закон дисперсии объемных спиновых волн [10].

Рассмотрим теперь винтовые возмущения с $n=1$. Из (12) находим:

$$m_{1,x}(\rho)=\frac{1}{2\pi}\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2m_{1,x}(0)K_1\left(\sqrt{k^2-\omega\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}}\rho\right) \quad (17)$$

Воспользуемся известным интегральным представлением модифицированной функции Бесселя второго рода:

$$\frac{a^{\lambda-\mu}u^{\mu+\frac{1}{2}}}{2^{\mu}\Gamma(\mu+1)}K_{\lambda-\mu}(au)=\int_0^{\infty}t^{\lambda+\frac{1}{2}}(t^2+a^2)^{-\mu-1}J_{\lambda}(ut)\sqrt{ut}\,dt\,, \quad (18)$$

Полагая в (18) $\lambda=1,\ a=\chi,\ t=\chi',u=\rho,\mu=0$, переходя к новой безразмерной переменной интегрирования $x=\chi'\rho$, а также заменяя верхний бесконечный предел интегрирования на $\chi_0\rho$, находим:

$$K_1(\chi\rho)=\frac{1}{\chi\rho}\int_0^{\chi_0\rho}\frac{x^2}{x^2+\chi^2\rho^2}J_1(x)\,dx \quad (19)$$

Учитывая, что функция $J_1(x)\sim x/2$ при $x\ll 1$, а $x^2/x^2+\chi^2\rho^2\approx 1$ при $x\gg\chi\rho$, представим приближенно (14) в виде суммы двух интегралов, вычисление которых дает:

$$K_1(\chi a)\approx\frac{\chi a}{8}+\frac{\chi_0-\chi}{\chi}J_1(\chi_0 a)\approx\frac{\chi_0}{\chi}J_1(\chi_0 a),(\chi\ll\chi_0) \quad (20)$$

Из (17) и (20) получим закон дисперсии спиновой волны при $n=1$:

$$\omega_1\approx\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}k^2-\frac{g|e|\alpha M_0}{2mc}\chi_0^2\left(\frac{\beta a^2k^2}{\alpha}J_1(\chi_0 a)\right)^2 \quad (21)$$

Приведем также окончательное выражение, характеризующее колебания в локализованных на дислокации волнах:

$$m_{n,x}(\rho,z,\varphi,t)=\frac{1}{2\pi}\frac{\beta}{\alpha}a^2k^2m_{n,x}(0)K_n\left(\sqrt{k^2-\omega_n\frac{2mc}{g|e|\alpha M_0}}\rho\right)\exp i(kz+n\varphi-\omega t). \quad (22)$$

Таким образом, нами проанализировано уравнение движения магнитного момента, на основе чего в рамках макроскопического подхода получены дисперсионные уравнения для осесимметричных (16) и винтовых (21) спиновых волн, локализованных на дислокации в ферродиэлектрике. Показано, что найденные решения представляют собой волны, поляризованные по кругу. Также исследована зависимость амплитуды локализованных волн от расстояния до дефекта.

Список литературы

[1] Косевич, А.М. Основы механики кристаллической решетки/ А.М. Косевич – М.: Наука, 1972.- 280 с.

[2] Гестрин, С.Г. Локализация поляритонов вблизи дислокаций в ионных кристаллах/ С.Г. Гестрин// Известия ВУЗов. Физика.-1996.-№10.-С.45-50.
[3] Гестрин, С.Г. Локализация плазменных колебаний ваблизи заряженных дислокаций и дислокационных стенок в полупроводниках/ С.Г. Гестрин// Известия ВУЗов. Физика.-1998.-№2.-С.92-95.
[4] Гестрин, С.Г. Винтовые колебания, локализованные на заряженных дислокациях в полупроводниковых кристаллах/С.Г. Гестрин, А.Н. Сальников Е.В., Щукина// Известия ВУЗов. Физика.-2006.-№10.-С.66-69.
[5] Гестрин, С.Г. Локализация экситонов Френкеля на дислокациях/ С.Г.Гестрин, А.Н. Сальников// Известия ВУЗов. Физика.-2005.-№7.-С.23-25.
[6] Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Китель. М.:Наука, 1978. 792с.
[7] Гестрин, С.Г. Математическое моделирование взаимодействия спиновых волн с дислокациями в ферромагнетиках/ С.Г. Гестрин, Е.А. Сальникова// Вестник СГТУ.- 2009.- №2(38).- С.17-23.
[8] Гестрин, С.Г. Локализация спитновых волн на дислокациях в ферромагнетиках (микроскопическое рассмотрение)/С.Г. Гестрин, Е.А. Сальникова//Физика твердого тела: материалы Российско-немецкой конф. Астрахань: АГУ, 2009.-С.69-71.
[9] Гестрин, С.Г. Локализация спиновых волн на дислокациях в ферромагнетиках (макроскопическое рассмотрение)/С.Г. Гестрин, Е.А. Сальникова//Физика твердого тела: материалы Российско-немецкой конф. Астрахань: АГУ, 2009.- С.67-69.
[10] Ландау, Л.Д. Теоретичесая физика. Т.IX. Статистическая физика/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Наука, 1978. 447с.