

# КОНСТРУКЦИОННО-СВЯЗАННАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОУПРУГОСТИ КЕРАМИЧЕСКОЙ БАЛКИ-ПЛАСТИНЫ ПРИ ПОРИСТОМ ЕЁ ОХЛАЖДЕНИИ.

Мозжилин А.В.

Шляхов С.М.

Механика деформируемого твердого тела.

*Представлено численное исследование и анализ полей температур и напряжений балки прямоугольного сечения в одномерном поле температур при пористом ее охлаждении. Приведен анализ влияния зависимости пористости от напряженного состояния на НДС балки.*

Рассмотрим балку (пластину) постоянного прямоугольного сечения, выполненную из пористого материала в одномерном поле температур. Тепловой режим стационарный. К такой задаче приходим при наборной панели керамических газовых горелок. Газовая горючая смесь подается с заданным расходом  $G$  и имеет высокую температуру горения при выходе из балки (пластины). Расчетная схема задачи теплопроводности изображена на рис.1.

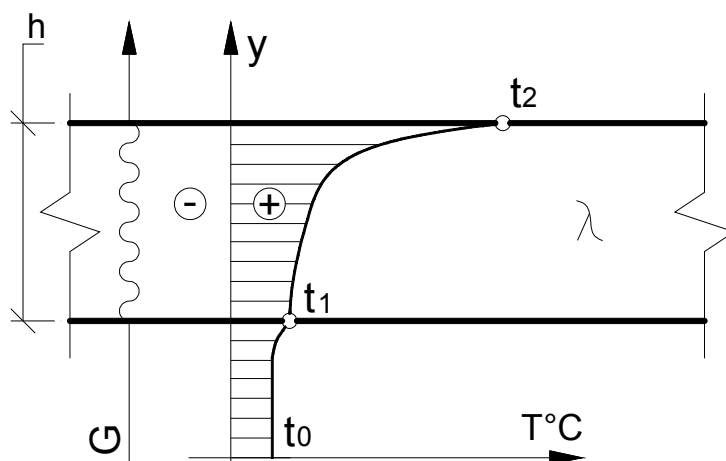


Рис.1. Схема пористого охлаждения прямоугольной балки (пластины) в одномерном поле температур.

Для решения задач термоупругости используется принцип Сен-Венана освобожденности от связей. [5]

Представим, что брус зашпелен с 2-х сторон. Осьевые напряжения в бресе, за счет теплового расширения, будут равны:

$$\sigma'_z = -E(y) \cdot \alpha(T) \cdot T(y), \quad \text{где} \quad (1)$$

$\alpha(T)$  – коэффициент линейного расширения равный:

$$\alpha(T) = \alpha(T(y)) = \frac{1}{T - T_H} \int_{T_H}^T \alpha(\tau) d\tau; \quad (2)$$

$E(y)$  – модуль Юнга зависящий от пористости и температуры [2]:

$$E(y) = E(P) \cdot E(T) = E_0 \cdot (1 - k_1 \cdot T - k_2 \cdot T^2) \cdot (1 - a_1 \cdot P + a_2 \cdot P^2); \quad (3)$$

$T(y)$  – Закон изменения внутренней температуры по высоте сечения получен из решения задач теплопроводности [6]:

$$T(y) = t_0 + (t_2 - t_0) e^{\left( \frac{G_{\text{см}} \cdot C_{\text{см}}}{\lambda_H (1-P)} \cdot \frac{x-h}{2} \right)} \quad (4)$$

Где значения механических и теплофизических характеристик взяты из работ [2, 4, 7]:

$G_{см}$  – Массовая скорость газовой смеси равная = 210 (кг/см<sup>2</sup>\*ч).

$C_{см}$  – Теплоемкость смеси равная = 0,3 ккал/(кг\*град).

$\lambda_n$  – Теплопроводность материала системы равная = 2,085 (Вт/{м\*град}).

$t_0$  – Температура сметы удаленной в бесконечности = 20\*С.

$t_2$  – Температура огневой поверхности составляет = 800\*С.

$E_o$  – Модуль Юнга кристаллов оксида алюминия равный – 390000 (МПа).

$T_n$  – Начальная температура бруса, принимаемая чаще всего за ноль.

$k_1 = 0.00014$ ,  $k_2 = 0$ ,  $a_1 = 1.9$ ,  $a_2 = 0.9$ ;

$P = 0,4$  Пористость системы (коэффициент живого сечения) зависящая от напряжений.

Влияние нормальных напряжений на пористость изучено в работе [1] и представлено формулой:

$$P = P_o \left(1 - \frac{\sigma}{E}\right) \left(1 + 3 \frac{\sigma}{E}\right); \quad (5)$$

где  $P_o$  – начальная пористость,  $E$  – модуль Юнга ”сплошного” материала.

Нормальные напряжения (1) вызывают в сечении продольную силу  $N$  и момент  $M$ , определяемые по абсолютной величине по формулам [8]:

$$N = -b \int_{-\xi h}^{h(1-\xi)} \sigma'_z(y) dy; \quad (6)$$

$$M = -b \int_{-\xi h}^{h(1-\xi)} \sigma'_z(y) y dy; \quad (7)$$

Если освободить брус от связей, то для расчета действительных напряжений необходимо к напряжениям (1) добавить напряжения  $\sigma''_z(y)$ ,  $\sigma'''_z(y)$  обусловленные силой  $N$  и моментом  $M$ , согласно (6, 7),

$$\sigma_z = \sigma_z(y) + \sigma''_z(y) + \sigma'''_z(y). \quad (8)$$

Для поиска напряжений  $\sigma''_z$ , обусловленных силой  $N$ , используем следующий прием.

Разобьем брус по высоте на  $n$  слоев постоянного сечения  $A_i$  с постоянными физико-механическими характеристиками по слою  $E_i = \text{const}$ . Распределим продольную силу  $N$  по слоям, то есть  $N_1 + N_2 + \dots + N_n = N$ .

Уравнение совместности деформаций слоев заключается в равенстве их удлинений:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \dots = \Delta l_n.$$

Так как  $\Delta l_i = \frac{N_i \cdot L}{E_i \cdot A_i}$ , то из уравнения равновесия и условий совместности получим:

$$N_i = \frac{N}{\sum_{k=1}^n \frac{E_k \cdot A_k}{E_i \cdot A_i}} \quad (9)$$

Соответственно напряжения  $\sigma''_{zi}$  будут равны

$$\sigma''_{zi} = \frac{N}{A_i \cdot \sum_{k=1}^n \frac{E_k \cdot A_k}{E_i \cdot A_i}} \quad (10)$$

Для расчета напряжений от изгибающего момента  $M$  предварительно найдем положение нейтральной линии из условия равенства нулю продольной силы при расчетном изгибе бруса, т.е.

$$0 = \int_{-\xi h}^{h(1-\xi)} E(y) y dy; \quad (11)$$

Считая брус многослойным с постоянными характеристиками по толщине слоя из уравнения (11) получим

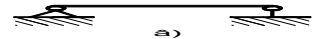
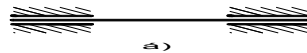
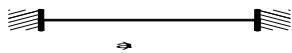
$$\xi = \left( \frac{\frac{E_1 h_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \left\{ E_i \cdot h_i \cdot \left[ \frac{h_i}{2} + \sum_{k=1}^{i-1} h_k \right] \right\}}{h \cdot \sum_{i=1}^n (E_i \cdot h_i)} \right) \quad (12)$$

Соответственно по теории изгиба многослойного бруса будем иметь:

$$\sigma'''_{zi}(y) = \frac{E_i(y) \cdot y_i \cdot M}{\sum_{k=1}^n E_i \left( \frac{b \cdot h_i^3}{12} + b \cdot h_i \cdot y_{ci}^2 \right)}; \quad (13)$$

На основании полученных решений, используя принцип суперпозиции, получим расчетные формулы для температурных напряжений в балке при различных способах закрепления Рис. 2(а, б, в)

$$\sigma_z = -E(y) \cdot \alpha(T) \cdot T(y) + \frac{N}{A_i \cdot \sum_{k=1}^n \frac{E_k \cdot A_k}{E_i \cdot A_i}} + \frac{E_i(y) \cdot y_i \cdot M}{\sum_{k=1}^n E_i \left( \frac{b \cdot h_i^3}{12} + b \cdot h_i \cdot y_{ci}^2 \right)} \quad (14)$$



$$\sigma = \sigma'_z$$

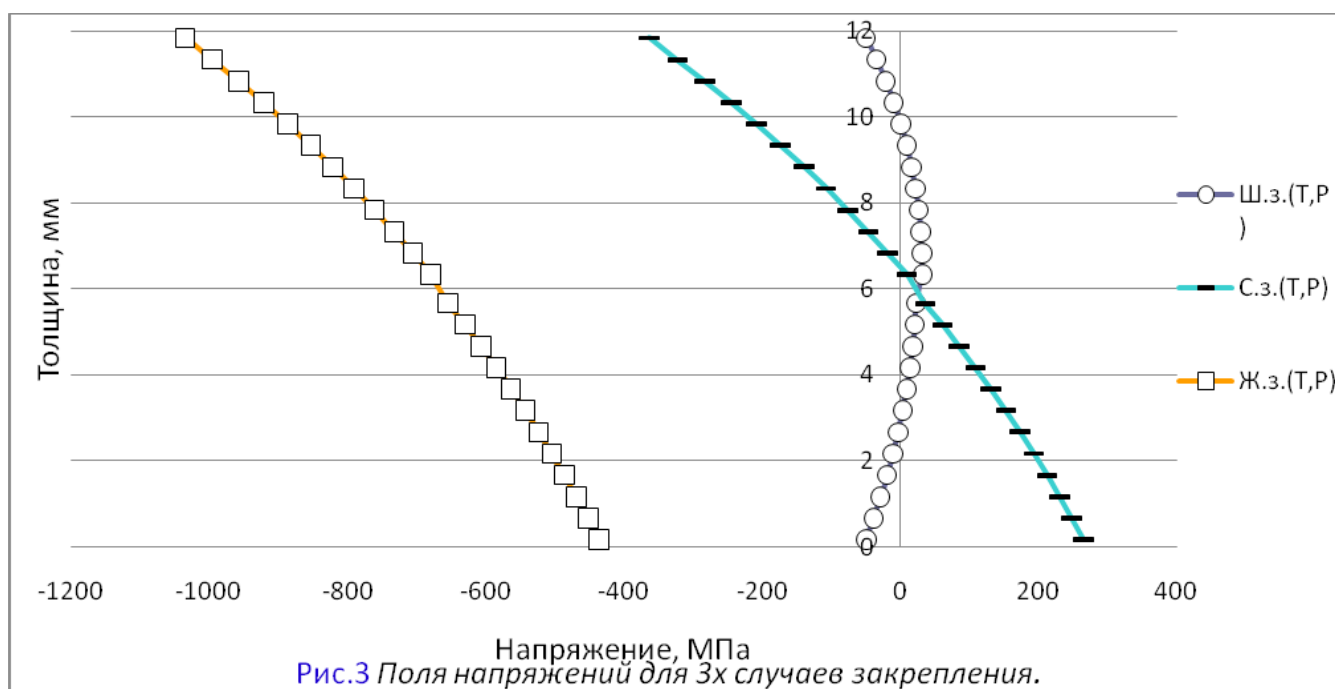
$$\sigma = \sigma'_z + \sigma''_z$$

$$\sigma = \sigma'_z + \sigma''_z + \sigma'''_z$$

Рис.2. Различные способы закрепления балки (пластины).

Формула (14) отображает состояние пластины в случае, когда пластина свободна от связей. При наличии подвижной заделки рис. 2б, разрешающей осевое перемещение, но запрещающей поворот, в формуле (14) убирается последнее слагаемое. В случае жесткой заделки рис. 2а в формуле (14) остается лишь первое слагаемое.

При расчете НДС используется схема последовательных приближений для конструкционной связанности задачи: решается задача термоупругости для фиксированной пористости в первом приближении. Вносятся коррективы в пористость в зависимости от полученных напряжений. Заново решается задача термоупругости для скорректированной пористости. Решение ограничилось двумя приближениями. Численные результаты расчетов напряжений приведены на рис. 3. Выяснено, что связанность оказывает наибольшее влияние при схеме жесткого защемления балки. Наименьший уровень напряжений наблюдается при шарнирном ее опирании.



### Список литературы

- [1] Шляхов С.М., Мозжилин А.В. О влиянии нормальных напряжений на сквозную пористость материала балки-пластины при изгибе. // Проблемы прочности элементов конструкций под воздействием нагрузок и рабочих сред: межвуз. научн. ст.- Саратов, СГТУ, 2011. 35-38с.
- [2] Кашталян Ю.А. Характеристики упругости материалов при высоких температурах. Киев. Наукова думка. 1970. 112с.
- [3] Белов С. В. Пористые металлы в машиностроении. –М.: Машиностроение. 1981. 247с.
- [4] Кингери У. Д. Введение в керамику. –М.: Издательство Литература по строительству. 1967. 500с.
- [5] Тимошенко С.П., Дж. Гудиер Теория упругости. –М.: издательство “Наука” 1975г 576с.
- [6] Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности. –М.: изд-во И. Л. 1960г. 479с.
- [7] Литовский Е.Я., Пучкелевич Н.А. Теплофизические свойства огнеупоров –М.: Металлургия 1982г. – 152с.
- [8] Кривулина Э. Ф. Задача термоупругости для балки-пластины из пористого материала в одномерном поле температур / С. М. Шляхов, Э. Ф. Кривулина // Проблем прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред: межвуз. науч. сб. Саратов: СГТУ, 2003 С.34-39.