

НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.923

О.В. Захаров, Б.М. Бржозовский, М.Б. Бровкова, В.В. Горшков, А.Ф. Балаев

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ ПАРТИИ ЗАГОТОВОК ПРИ БЕСЦЕНТРОВОЙ АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНТЕ-КАРЛО

Предложена методология обеспечения точности при бесцентровой абразивной обработке партии заготовок с учетом стохастического характера геометрических отклонений формы. В основу положен метод статистического моделирования Монте-Карло. Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований, подтвердившие возможности управления процессом по предложенным статистическим параметрам.

O.V. Zakharov, B.M. Brzhozovsky, M.B. Brovkova, V.V. Gorshkov, A.F. Balaev

PROVISION OF THE PROCESSING ACCURACY TO BATCHES OF THE DETAILS AT CENTERLESS ABRASIVE PROCESSING ON THE BASE OF STATISTICAL MODELING MONTE-CARLO

The methodology of the provision of accuracy at centerless abrasive processing to batch of details with provision for stochastic temper of the geometric deviations of the form is offered in this article. This method is based on the statistical modeling Monte-Carlo. The results of theoretical and experimental researches, confirmed possibility of control under offered statistic parameters are given here.

На операциях бесцентровой абразивной обработки изготавливают детали в виде тел вращения. Поперечное сечение номинальной поверхности таких деталей – окружность. Известно, что отклонения формы в поперечном сечении во многом определяют характер сопряжения деталей и в целом качество машин и механизмов. Поэтому проблему обеспечения точности формы деталей при бесцентровой абразивной обработке следует считать важной.

В процессе формообразования поверхностей существенную роль играет погрешность микробазирования (базирования с учетом отклонения формы заготовки). Особую актуальность вопрос базирования приобретает в случае бесцентровой обработки, для которой характерно технологическое наследование геометрических погрешностей. Исследования доказали, что процесс бесцентрового базирования управляем за счет наладки станков. Теоретические основы для данных операций заложены в 60-х – 70-х гг. XX века и отражены как в конструктивных особенностях станков, так и в методиках их

наладки. Однако многолетний опыт эксплуатации подобного оборудования показал, что во многих случаях требуемая точность формы заготовок в поперечном сечении не обеспечивается.

Во многом указанный факт объясняется тем, что в партии заготовок отклонения формы имеют стохастический характер. Выявить единственную доминирующую гармонику не всегда возможно. Поэтому предлагается новый подход к наладке бесцентровых шлифовальных и суперфинишных станков на основе статистического моделирования Монте-Карло.

Погрешность базирования (согласно ГОСТ 21495-76) – отклонение фактически достигнутого положения заготовки от требуемого. Под требуемым положением понимают положение геометрически точной заготовки, заданное наладочными параметрами станка. В работе [1] справедливо отмечено, что при анализе базирования заготовок следует использовать несколько взаимосвязанных систем координат. Системы координат можно подразделить по назначению – на основные и дополнительные, по стабильности положения в пространстве – на неподвижные и подвижные. Основная система предназначена для отсчета заданного при базировании заготовки номинального положения (или размера) и для координирования дополнительных систем. Дополнительная система определяет достигнутое при базировании заготовки положение в основной системе координат. Подвижная система координат необходима в случае, когда при базировании у заготовки отнимаются не все степени свободы.

При бесцентровом шлифовании с поперечной подачей заготовка имеет две степени свободы – прямолинейные перемещения в плоскости, перпендикулярной ее оси. При бесцентровом шлифовании с продольной подачей и бесцентровом суперфинишировании заготовка сохраняет все шесть степеней свободы. Поэтому основная неподвижная декартовая система координат связана с номинальным положением заготовки, а дополнительная подвижная полярная система координат – с центром средней окружности профиля заготовки при вращении и микроперемещении. Таким образом, положение дополнительной подвижной системы координат в основной неподвижной декартовой системе координат и определит искомую погрешность микробазирования.

В процессе обработки заготовка непрерывно вращается и центр ее сечения все время перемещается. Поэтому погрешность базирования Δ представляет собой переменную величину. После одного оборота центр профиля опишет некоторый замкнутый контур, который и характеризует погрешность базирования. В работе [2] предложен критерий точности бесцентрового базирования в виде среднего арифметического радиусов, определяющих центр профиля в основной системе координат, при одном обороте заготовки:

$$K = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \Delta(\varphi_i) , \quad (1)$$

где φ_i – угол поворота заготовки при вращении; k – число расчетных точек траектории.

Критерий K имеет однозначное математическое описание и всегда представляет собой положительное число, так как величина Δ – модуль радиус-вектора. Кроме того, критерий K не зависит от исходного выбора начала дополнительной подвижной системы координат.

Поперечное сечение заготовки в полярной системе координат описывают тригонометрическим полиномом вида [3]:

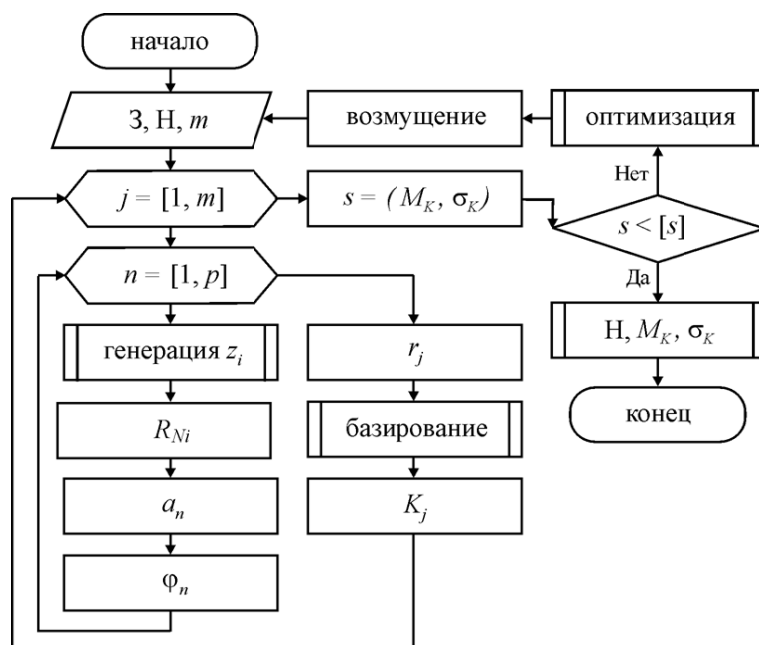
$$r = r_0 + \sum_{n=2}^p a_n \cos(n\varphi - \varphi_n) , \quad (2)$$

где r_0 – радиус средней окружности профиля заготовки; n – круговая частота (текущий номер гармоники); a_n – амплитуда n -й гармоники; φ – полярный угол; φ_n – начальная фаза n -й гармоники; p – максимальное число гармоник.

Основная идея применения метода Монте-Карло заключается в моделировании стохастических погрешностей формы заготовок, многократной реализации аналитической модели базирования и получении вероятностных выходных характеристик, численные значения которых совпадают с решением детерминированной задачи. В итоге моделирования получают серию частных значений критерия K , по результатам статистической обработки которых оценивают точность изготовления партии заготовок и осуществляют наладку станков. При необходимости проводят оптимизацию наладочных параметров станков.

Моделирующий алгоритм приведен на рисунке. Исходными данными являются: параметры заготовки Z , параметры наладки станка H и количество m заготовок в партии. Первый этап включает генерирование последовательности случайных чисел z_i для каждой заготовки в зависимости от числа p гармоник профиля и параметров распределения. Полученные числа преобразуют к требуемому закону распределения для амплитуд a_n и начальных фаз φ_n гармоник. В результате формируют профиль одной заготовки r_j . Далее рассчитывают погрешность базирования заготовки по аналитической модели (рассмотренной в работе [2]) и находят критерий точности базирования K_j . Проведя расчеты для всех заготовок в партии, осуществляют статистическую обработку, рассчитывая математическое ожидание M_K и среднеквадратическое отклонение σ_K для критерия K . Сравнивая параметры M_K и σ_K с допустимыми значениями $[M_K]$ и $[\sigma_K]$, принимают решение о необходимости оптимизации наладочных параметров станка.

Для выявления законов распределения для отклонений формы заготовок проведены экспериментальные исследования в лабораторных и производственных условиях на ОАО «Саратовский подшипниковый завод». Партия из 50 валиков помпы 16×92 обработана на бесцентровом шлифовальном станке *SASL-5/2* и измерена на кругломере *Talyrond 30 System*. Результаты измерения подвергнуты гармоническому анализу и статистической обработке. Установлено, что амплитуды гармоник наилучшим образом описываются распределением Пирсона первого типа (β -распределением), а начальные фазы – равномерным распределением (при проверке гипотез использованы статистики Пирсона и Колмогорова при уточнении параметров распределения по методу наименьших квадратов [4]).



Моделирующий алгоритм для наладки станков при обработке партии заготовок

Функция плотности вероятности для амплитуд a_n гармоник

$$f_a(x_i) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x_i^{\alpha-1} (1-x_i)^{\beta-1}, \quad (3)$$

где Γ – известная гамма-функция; α, β – параметры распределения; x_i – случайная величина.

Функция распределения начальных фаз φ_n гармоник

$$F_\varphi(x_i) = (x_i - b_1)/(b_2 - b_1), \quad (4)$$

где b_1, b_2 – границы интервала изменения ($b_1=0, b_2=360^\circ$).

Полученные параметры распределения для амплитуд гармоник с 2-й по 25-ю приведены в табл. 1 (a_1, a_2 – границы интервала изменения).

Генерирование случайных чисел с заданным законом распределения осуществлено методом инверсии [5], заключающимся в формировании последовательности случайных чисел z_i , равномерно распределенных в интервале $[0, 1]$, и преобразовании $x_i = F^{-1}(z_i)$, где $F^{-1}(z_i)$ – функция, обратная вероятности распределения случайной величины x_i .

Для равномерного распределения функция $F^{-1}(z_i)$ имеет явный вид, поэтому преобразование случайной величины z_i в случайную величину x_i осуществляют по выражению:

$$x_i = 360 z_i. \quad (5)$$

Методика получения случайных величин, имеющих различные законы распределения, с помощью нормированных случайных величин изложена в работе [6]. Выражение для преобразования случайной величины x_i в случае β -распределения имеет вид:

$$x_i = \frac{\sum_{i=1}^{2\alpha} R_{Ni}^2}{\sum_{i=1}^{2\alpha} R_{Ni}^2 + \sum_{i=2\alpha+1}^{2\alpha+2\beta} R_{Ni}^2}, \quad (6)$$

где R_{Ni} – независимые друг от друга нормированные нормально распределенные случайные числа с параметрами $M = 0$ и $\sigma = 1$.

Таблица 1

n	α	β	a_1	a_2	n	α	β	a_1	a_2
2	2,52	5,14	0,07	0,52	14	3,79	8,54	0,01	0,08
3	2,48	9,85	0,04	0,66	15	4,71	7,54	0	0,08
4	1,80	13,59	0	0,29	16	1,81	1,71	0	0,05
5	1,89	6,98	0,02	0,35	17	1,95	2,06	0	0,07
6	1,89	3,13	0	0,17	18	1,53	1,72	0	0,06
7	2,18	5,39	0	0,19	19	2,55	2,68	0	0,07
8	3,21	13,64	0,01	0,13	20	3,90	5,12	0	0,07
9	2,28	4,02	0,01	0,11	21	5,78	4,79	0	0,05
10	2,15	4,86	0	0,12	22	3,15	3,32	0	0,06
11	1,95	2,24	0	0,07	23	1,74	2,30	0	0,06
12	4,87	10,99	0	0,10	24	3,63	3,39	0	0,06
13	1,61	1,66	0	0,08	25	1,83	3,14	0	0,06

Особенность преобразования по формуле (6) заключается в том, что полученное распределение находится в интервале $[0, 1]$. Получить функцию β -распределения в интервале $[a_1, a_2]$ можно с помощью последующего преобразования $x'_i = (x_i - a_1)/(a_2 - a_1)$.

Приближенное число испытаний p при моделировании методом Монте-Карло определим по формуле [6]:

$$p = \left[\frac{t_{ДУ, n-1} \sigma}{e} \right]^2, \quad (7)$$

где $t_{ДУ, n-1}$ – коэффициент для вычисления двустороннего доверительного интервала для математического ожидания.

Для определения допустимой погрешности используем неравенство Чебышева, согласно которому для любого распределения с конечным математическим ожиданием M и дисперсией σ^2 по крайней мере $[1 - (1/k^2)]100\%$ значений случайной величины находится в интервале $M \pm k\sigma$. Считая, что не менее 99% числа испытаний должны попасть в интервал $M \pm 3\sigma$, принимаем максимально допустимую ошибку e при оценке M в $0,2\sigma$. При 99%-ном доверительном уровне получаем $t_{ДУ, n-1} = 2,601$ и максимальное число испытаний по формуле (7) равно $p = 169$, принимаем $m = 200$.

Случайное число z_i обычно выбирают из таблиц случайных чисел или генерируют с помощью так называемых «датчиков случайных чисел» (в последнем случае получают псевдослучайные числа). Установлено, что для генерирования партии из 200 заготовок требуется последовательность из примерно $4 \cdot 10^5$ случайных чисел. Поэтому целесообразно использовать стандартный датчик случайных чисел *random*, имеющийся в большинстве языков и сред программирования. С целью улучшения качества последовательностей после генерирования партии заготовок применяется метод возмущений, программно реализованный в виде команды *randomize*.

Законом распределения критерия базирования K , исходя из физического смысла, принят нормальный закон. В табл. 2 приведены полученные при моделировании бесцентрового шлифования с продольной подачей партии заготовок первые четыре статистические момента (M , σ , M_3 , M_4) и относительные показатели асимметрии α_3 и эксцесса α_4 для распределения K . Параметр наладки станка ψ представляет собой угол между линией, соединяющей центры заготовки и ведущего круга, и перпендикуляром к опорной поверхности ножа.

Таблица 2

ψ	M	σ	M_3	α_3	M_4	α_4
70	0,526	0,156	0,004	1,035	0,002	4,093
90	0,395	0,114	0,002	1,309	0,001	4,907
110	0,489	0,136	0,003	1,014	0,001	3,610

Анализ табл. 2 показал, что из трех приведенных вариантов наладки станка наиболее нерациональный соответствует $\psi = 70^\circ$, при котором математическое ожидание погрешности базирования равно 0,526 мкм и среднеквадратическое отклонение 0,156 мкм. При наилучшем угле наладки $\psi = 90^\circ$ среднее арифметическое отклонение уменьшается на 25% и среднеквадратическое отклонение – на 27%.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод о том, что бесцентровые шлифовальные и суперфинишные станки целесообразно налаживать на обработку определенных партий заготовок со стохастическими отклонениями формы с использованием статистического моделирования Монте-Карло.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ф.Н. О классификации терминов базирования в машиностроении / Ф.Н. Абрамов // Вестник машиностроения. 2006. № 3. С. 56-61.
2. Захаров О.В. Минимизация погрешностей базирования при бесцентровом шлифовании и суперфинишировании / О.В. Захаров, Б.М. Бржозовский // Конструкторско-технологическая информатика: тр. Междунар. конгресса. М.: МГТУ «Станкин», 2005. С. 93-96.
3. Бржозовский Б.М. Гармонический анализ в исследовании процессов формообразования и измерения прецизионных деталей / Б.М. Бржозовский, М.Б. Бровкова, О.В. Захаров // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2004. № 1. С. 45-52.
4. Левин С.Ф. Идентификация распределений вероятностей / С.Ф. Левин // Измерительная техника. 2005. № 2. С. 3-9.
5. Советов Б.Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. М.: Высшая школа, 1998. 319 с.
6. Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г. Хан, С. Шапиро. М.: Мир, 1969. 395 с.

Захаров Олег Владимирович –

кандидат технических наук, доцент кафедры «Конструирование и компьютерное моделирование технологического оборудования в машино- и приборостроении» Саратовского государственного технического университета

Бржозовский Борис Максевич –

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Конструирование и компьютерное моделирование технологического оборудования в машино- и приборостроении» Саратовского государственного технического университета

Бровкова Марина Борисовна –

кандидат технических наук, доцент кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» Саратовского государственного технического университета

Горшков Виктор Валерьевич –

аспирант кафедры «Конструирование и компьютерное моделирование технологического оборудования в машино- и приборостроении» Саратовского государственного технического университета

Балаев Андрей Федорович –

ассистент кафедры «Конструирование и компьютерное моделирование технологического оборудования в машино- и приборостроении» Саратовского государственного технического университета